Assiomi di Kolmogorov:

$$1. P(A) \geq 0 \quad \forall A \subseteq S \qquad 2. P(S) = 1 \qquad 3. A \cdot B = \phi \Longrightarrow P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Corollari:
La probabilità dell'evento ϕ e' nulla, perciò è detto *impossibile*.

$$4. {}^2P(S) = 1 \Rightarrow P(S+\phi) = 1 \Rightarrow^3 P(S) + P(\phi) = 1 \Rightarrow P(\phi) = 0$$

La probabilità dell'evento complementare è il complemento ad 1:

$$P(A) + P(\overline{A}) =^3 P(A+\overline{A}) = P(S) =^2 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A) \leq^1 1$$

La probabiltà di un evento compreso in un altro e' minore o uguale:

$$5. B \subset A \Rightarrow P(A) = P[B + (A-B)] =^3 P(B) + P(A-B) = P(B) + k^+ \Rightarrow^1 P(B) \leq P(A)$$

La probabilità di qualsiasi evento è compresa fra zero e uno:

$$A \subset S \Rightarrow^5 P(A) \leq P(S) \Rightarrow^2 P(A) \leq 1; \quad \phi \subset S \Rightarrow^5 P(\phi) \leq P(A) \Rightarrow^4 0 \leq P(A) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow 0 \leq P(A) \leq 1 \qquad \forall A \subseteq S$$

Proprietà del σ-campo:

$$6. A \in F \Longrightarrow \overline{A} \in F \qquad 6. \{A_i\}_{i=1}^{+\infty} \in F \Longrightarrow \bigcup_{i=1}^{+\infty} A_i \in F$$

Corollari:
L'evento certo S e l'evento impossibile ϕ appartengono sempre ad un σ-campo F:

$$A \in F \Rightarrow^6 \overline{A} \in F \Rightarrow^7 (A+\overline{A}) \in F \Rightarrow S \in F \Rightarrow^6 \phi \in F$$

La differenza fra due eventi del σ-campo F appartiene al σ-campo stesso:

$$A \in F, B \in F \Rightarrow^6 \overline{A} \in F \Rightarrow^7 (\overline{A}+B) \in F \Rightarrow^6 F \ni \overline{\overline{A}+B} =$$

$$\overline{\overline{A}+B} = \overline{\overline{A} + [(B \cap A) + (B \cap \overline{A})]} = \overline{\overline{A} + (B \cap A)} = \overline{\overline{A-B}} = A - B \in F$$