Oscillazioni del pendolo semplice e
determinazione dell'accelerazione gravitazionale

Descrizione dell'esperienza

Lo scopo di tale esperienza è quello di studiare il moto del pendolo semplice, nei limiti delle piccole oscillazioni, sia da un punto di vista cinematico, verificando cioè che si tratta di un moto armonico, sia da un punto di vista energetico. Inoltre dai dati raccolti è possibile ricavare il valore dell'accelerazione gravitazionale *g*.
L'apparato sperimentale utilizzato, riprodotto in figura,

inserire
figura
apparato

consiste di: elenco dettagliato del
materiale utilizzato

Procedimento sperimentale

Su un'asta verticale di sostegno viene montato un pendolo, come mostrato in figura, utilizzando un oggetto sferico ed un filo di massa trascurabile. Viene innanzitutto rilevala la lunghezza effettiva del pendolo, tra il punto di sospensione ed il centro geometrico della massa.
Si utilizza un sensore di posizione a ultrasuoni (MD, motion detector) collegato ad una interfaccia (CBL, computer based laboratory) connessa alla calcolatrice grafica (TI89), che è in grado di rilevare, con la frequenza richiesta, la posizione della massa oscillante.
Si predispone il sistema di acquisizione in modo tale che la posizione di riposo del pendolo viene considerata come origine dell'asse delle posizioni.
Dopo aver impostato il sistema di rilevazione dei dati, la massa viene fatta oscillare, avendo l'accortezza di non esagerare con l'ampiezza delle oscillazioni, e si lancia quindi l'acquisizione. Dal segnale così acquisito il software utilizzato è anche in grado di calcolare i valori di velocità ed accelerazione. Tali valori, assieme a quelli dei tempi, sono salvati in un file che può essere importato e utilizzato in un foglio elettronico per ulteriori elaborazioni.

Strategia risolutiva

Il moto pendolare, per piccole oscillazioni, può essere considerato un moto unidimensionale. Teoricamente tale moto risulta di tipo armonico.
Per dimostrarne l'armonicità si possono innanzitutto confrontare i tre segnali di posizione, velocità ed accelerazione, verificando che i loro sfasamenti sono quelli tipici del moto armonico. Inoltre, ricavando il periodo di oscillazione dal segnale di posizione, è possibile analizzare anche le ampiezze di tali segnali e confrontarle quindi con le previsioni teoriche.
L'analisi energetica si propone di verificare che il pendolo manifesta un continuo scambio tra energia potenziale gravitazionale ed energia cinetica e che la somma di queste due energie si mantiene approssimativamente costante nel tempo.
Infine è possibile ricavare, dalle misure di periodo e lunghezza del pendolo, il valore dell'accelerazione di gravità.

Analisi dei dati - moto armonico

Non vengono riportate le tabelle dei dati acquisiti, ma solo i relativi grafici, dato il numero molto elevato di misure effettuate. Sono infatti stati acquisiti .... valori di posizione, con un intervallo di campionamento di .... , per un tempo totale di acquisizione di .... secondi.

Nei grafici 1,2 e 3 sono riportati i segnali di posizione, velocità ed accelerazione forniti direttamente dal sistema.

Nel grafico 4 i tre segnali sono stati sovrapposti per visualizzarne chiaramente lo sfasamento relativo: in particolare si nota che il segnale di accelerazione è in opposizione a quello di posizione e che la velocità è sfasata di ....frazione di periodo..... rispetto alla posizione.

Dal grafico 1 della posizione si può dedurre il periodo nel modo seguente:

....

arrivando alla formula:

$$T = (t_2 - t_1) / n$$

La pulsazione ω del moto è definita da: $\omega = 2\pi/T$ e nel nostro caso risulta: ω = ...

L'ampiezza di oscillazione della posizione attorno all'equilibrio si può dedurre dal grafico 1 nel modo seguente ....

e risulta essere pari a: A = ...

Quindi, teoricamente, l'ampiezza dell'oscillazione della velocità dovrebbe essere di :

$$v_{0,\mathrm{teor}} = \omega \cdot S = \text{.......}$$

e quella dell'accelerazione di

$$a_{0,\mathrm{teor}} = \omega^2 \cdot S = \text{.......}$$

Sperimentalmente, dai grafici 2 e 3 (o dalle corrispondenti tabelle) si deduce che:

$$v_{0,\mathrm{sper}} = \text{.......}$$

$$a_{0,\mathrm{sper}} = \text{.......}$$

in buon (mediocre, cattivo) accordo con le previsioni teoriche.

Analisi dei dati - energia

L'energia cinetica per unità di massa si può calcolare come:

$$E_c = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{m} = \frac{1}{2} v^2$$

e quindi dedurre direttamente dai valori di velocità. E' possibile allora costruire nel foglio elettronico una nuova colonna che riporta tale valore, ed il grafico 5 ne mostra l'andamento nel tempo.

L'energia potenziale per unità di massa si può calcolare come:

$$E_p = \frac{mgh}{m} = gh$$

dove h è l'altezza della massa rispetto alla posizione di riposo. Bisogna quindi ricavare tale valore per tutte le posizioni misurate. Con riferimento alla figura seguente:

figura

tale h si può scrivere come:

$$h = L - \sqrt{L^2 - x^2}$$

Nel foglio elettronico si costruisce allora una nuova colonna che riporta h e una che riporta E_p. L'andamento nel tempo di E_p è mostrato nel grafico 6.
Il grafico 7 mostra le due energie simultaneamente, assieme all'andamento dell'energia totale. Come si può notare, le due energie ....
e l'energia totale ....

Analisi dei dati - accelerazione di gravità
Dalla relazione che fornisce il periodo del pendolo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

è evidente che conoscendo T ed L sperimentalmente, è possibile risalire al valore di g:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

Come calcolato in precedenza, il valore del periodo risulta pari a ....
T risulta da due misure dirette di tempo, t_1 e t_2, ciascuna delle quali è affetta da un errore assoluto pari all'intervallo di acquisizione:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = ...$$

Allora:

$$\text{Er}(T) = \text{Er}(t_2 - t_1) = \frac{\Delta t_2 + \Delta t_1}{t_2 - t_1} = \ldots$$

La misura di L è diretta, effettuata mediante un'asta graduata, tra il punto di sospensione ed il centro della massa; tenendo in particolare conto la difficoltà di individuare con precisione il centro di massa, si ritiene opportuno introdurre un errore assoluto di ....
La lunghezza del pendolo vale allora:

$$L \pm \Delta L = ...$$

e il suo errore relativo

$$\text{Er}(L) = ...$$

Dalla teoria degli errori risulta:

$$\text{Er}(g) = \text{Er}(L) + \text{Er}(T)$$

$$\Delta g = g \cdot \mathrm{Er}(g)$$

Il calcolo effettivo di g e dei suoi errori conduce ai seguenti risultati:

....

Osservazioni conclusive

obiettivi raggiunti o meno
principali fonti di errore
difficoltà riscontrate
possibilità di migliorare l'esperienza