

Misura di densità tramite la legge di Stevino

Descrizione dell'esperienza

La densità di un fluido che galleggia in acqua può essere determinata mediante semplici misure dei livelli che i liquidi assumono in un tubo ad U.

L'apparato sperimentale utilizzato, riprodotto in figura,

inserire
figura
apparato

consiste di: elenco dettagliato del
materiale utilizzato

Procedimento sperimentale

L'esperienza inizia immettendo acqua nel tubo ad U fino a che da entrambe le parti non si raggiunge esattamente il livello corrispondente allo zero della scala graduata. Mediante un contagocce si immette dell'olio in un ramo del tubo fino ad apprezzare una significativa e misurabile differenza dei livelli dei liquidi nei due rami.

Si procede quindi alla misura diretta dei tre livelli indicati nella figura seguente, e cioè il livello h_0 della superficie di separazione acqua-olio, il livello h_1 della superficie di separazione olio-aria ed il livello h_2 della superficie di separazione acqua-aria.

inserire
figura
dei livelli

Si immette ora, sempre nello stesso ramo, dell'altro olio e si misurano i tre nuovi livelli ottenuti. Si ripete il procedimento un certo numero di volte, fino a quando le dimensioni del tubo lo permettono.

Strategia risolutiva

In condizioni di equilibrio, l'altezza della colonna di olio e della colonna d'acqua, entrambe misurate rispetto alla superficie di separazione acqua-olio, devono essere tali che le pressioni da loro esercitate si bilanciano esattamente. Questo vuol dire che, applicando la legge di Stevino, si ottiene:

$$\delta_{\text{olio}} g h_{\text{olio}} = \delta_{\text{acqua}} g h_{\text{acqua}}$$

Le altezze delle colonnine d'olio e di acqua sono determinate dai livelli misurati mediante le relazioni:

$$h_{\text{olio}} = h_1 - h_0$$

$$h_{\text{acqua}} = h_2 - h_0$$

La densità dell'olio si può quindi ricavare dalla formula, supposta nota la densità dell'acqua:

$$\delta_{\text{olio}} = \delta_{\text{acqua}} \frac{h_{\text{acqua}}}{h_{\text{olio}}}$$

Analisi dei dati - misure dirette

Le scale fissate a fianco del tubo ad U sono graduate in millimetri. Questo significa che ogni misura di livello riportata nella tabella successiva è affetta da un errore pari alla divisione minima della scala, il millimetro. Gli errori delle misure dirette, che non vengono riportati in tabella perché costanti, sono cioè:

$$\Delta h_0 = \Delta h_1 = \Delta h_2 = \dots$$

(riportare anche le corrette unità di misura in testa alle colonne)

misura	h_0	h_1	h_2
1			
2			
3			
...			

Analisi dei dati - misure indirette e risultati

Secondo la teoria di propagazione degli errori, le incertezze di $h_{\text{olio}} = h_1 - h_0$ saranno date dalle seguenti formule:

$$\Delta h_{\text{olio}} = \Delta h_1 + \Delta h_0 \quad \text{e} \quad \text{Er}(h_{\text{olio}}) = \Delta h_{\text{olio}}/h_{\text{olio}}$$

Analogamente per $h_{\text{acqua}} = h_2 - h_0$ si ha:

$$\Delta h_{\text{acqua}} = \Delta h_2 + \Delta h_0 \quad \text{e} \quad \text{Er}(h_{\text{acqua}}) = \Delta h_{\text{acqua}}/h_{\text{acqua}}$$

E' evidente quindi che gli errori assoluti delle misure di h_{olio} e h_{acqua} sono tutti eguali e pari a:

$$\Delta h_{\text{olio}} = \Delta h_{\text{acqua}} = \dots$$

Si ottiene quindi la seguente tabella che riporta le altezze delle colonnine di olio e acqua, con i rispettivi errori relativi:

(riportare anche le corrette unità di misura in testa alle colonne)

misura	h_{olio}	$\text{Er}(h_{\text{olio}})$	h_{acqua}	$\text{Er}(h_{\text{acqua}})$
1				
2				
3				
...				

Dalla formula già riportata che fornisce la densità dell'olio da determinare e dalla teoria degli errori, si vede che l'errore relativo di δ_{olio} è:

$$\text{Er}(\delta_{\text{olio}}) = \text{Er}(h_{\text{acqua}}) + \text{Er}(h_{\text{olio}})$$

dove si suppone che la densità dell'acqua sia nota (1 kg/dm^3) e priva di errore. L'errore assoluto di δ_{olio} è quindi:

$$\Delta\delta_{\text{olio}} = \delta_{\text{olio}} \cdot \text{Er}(\delta_{\text{olio}})$$

Raccogliendo i risultati per la densità e per i suoi errori, si ottiene la tabella seguente:

(riportare anche le corrette unità di misura in testa alle colonne)

misura	δ_{olio}	$\text{Er}(\delta_{\text{olio}})$	$\Delta\delta_{\text{olio}}$
1			
2			
3			
...			

Osservazioni conclusive

ragionevolezza dei risultati

confronto con una precedente misura della densità dello stesso olio

principali cause di errore

possibili miglioramenti delle misure