

Scheda di Lavoro n.8

Determinazione numerica di π

Lo scopo di questa unità è di mostrare come il foglio elettronico può essere utilizzato per la determinazione, col grado di approssimazione desiderato, della costante π , cioè del rapporto tra circonferenza e diametro del cerchio o, il che è lo stesso, tra semicirconferenza e raggio.

L'equazione della circonferenza centrata nell'origine e di raggio r è

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (1)$$

Si vuole determinare la lunghezza della semicirconferenza che giace nel semipiano positivo delle y . Tale semicirconferenza ha equazione

$$y = \sqrt{r^2 - x^2} \quad (2)$$

L'idea allora è quella di dividere l'intervallo in x compreso tra $-r$ ed r in N parti e per ciascuno di tali intervalli determinare la lunghezza della corda corrispondente sulla semicirconferenza. La somma totale di tutte queste corde costituisce un'approssimazione per difetto della lunghezza della semicirconferenza, tanto migliore quanto maggiore è il valore di N .

Operativamente:

- aprire un foglio vuoto
- inserire in una cella il valore del raggio r (in una cella a fianco indicare che si tratta del raggio!) (per esempio 2)
- inserire in una cella il valore di N , numero di suddivisioni dell'intervallo in x (per esempio 100)
- calcolare in una cella l'incremento dx delle ascisse, cioè l'ampiezza degli intervalli in cui viene suddiviso l'intervallo totale in x : $dx = 2r/N$
- costruire una colonna con i valori delle x , da $-r$ a r : nella prima cella riportare proprio il valore $-r$; calcolare i valori delle celle sottostanti incrementando di volta in volta della quantità dx , fino a raggiungere il valore r ; ovviamente il numero dei punti in tabella è $N+1$
- costruire a fianco una colonna con i valori delle y : per ogni valore di x calcolare il corrispondente y usando la formula (2)
- costruire un'altra colonna che riporti le lunghezze delle corde di ogni intervallo; calcolare la lunghezza di ogni corda usando la formula della distanza tra due punti nel piano cartesiano: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ dove le coordinate sono relative a due qualsiasi punti contigui; attenzione: questa colonna deve contenere un elemento in meno delle due colonne precedenti
- sommare, in una cella opportuna, tutte le celle della colonna appena costruita per ottenere la lunghezza approssimata della semicirconferenza
- in un'altra cella dividere tale lunghezza per il raggio utilizzato ottenendo così la stima desiderata di π

Effettuare varie simulazioni modificando il valore del raggio e del numero di suddivisioni. Verificare che all'aumentare di N il valore ottenuto si avvicina sempre di più a quello esatto, che può essere visualizzato mediante la funzione opportuna del foglio elettronico.