

Capitolo 5

Dinamica

5.1 *Grandezze scalari e vettoriali*

Una grandezza specificata completamente solo da un valore numerico, nell'opportuna unità di misura, è detta *scalare*: massa, temperatura, volume, densità, sono esempi di grandezze di questo tipo.

Un *vettore* è una grandezza fisica che è specificata completamente quando possiede le seguenti caratteristiche:

- *intensità* o valore della grandezza;
- *direzione* della retta lungo la quale agisce o è posta;
- *verso* sulla retta della direzione.

Il simbolo convenzionale di vettore è una freccia, cioè un segmento orientato:



In realtà abbiamo già incontrato delle grandezze vettoriali in cinematica e cioè la posizione, la velocità e l'accelerazione, anche se ci siamo limitati a considerazioni sulle intensità. Anche la forza e il peso sono vettori.

Un vettore è generalmente indicato usando un simbolo in grassetto (ad esempio \mathbf{A}) o sovrapponendo una barra o una freccetta alla lettera che lo indica: \vec{A} .

5.2 *Operazioni con i vettori*

Prima definiremo geometricamente come eseguire operazioni con i vettori; successivamente vedremo come calcolare analiticamente i risultati.

moltiplicazione di uno scalare per un vettore

Un vettore, moltiplicato per un numero (scalare), dà un'altro vettore nella stessa direzione, con lo stesso verso se il numero è positivo o con verso opposto se il numero è negativo; l'intensità del vettore risultante è pari al prodotto tra l'intensità del vettore iniziale ed il valore assoluto del numero (fig.5.1).

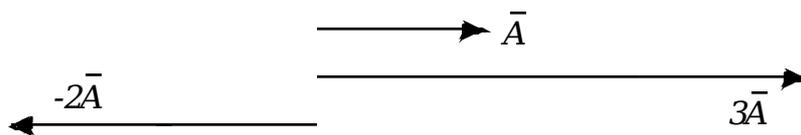
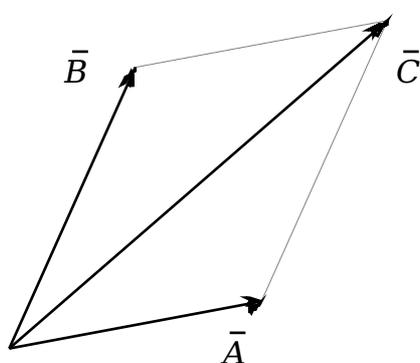


fig.5.1

somma di vettori

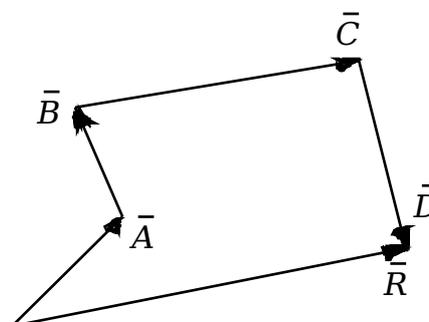
La somma di due vettori, che fornisce un vettore detto *risultante*, si esegue in base alla cosiddetta *legge del parallelogramma* (fig.5.2):

la risultante di due vettori si ottiene costruendo un parallelogramma avente per lati i due vettori e tracciando la diagonale dal punto di applicazione dei vettori al vertice opposto.



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

fig.5.2



regola della poligonale

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

fig.5.3

Se i vettori sono più di due, la risultante si può facilmente ottenere geometricamente mettendo in serie i vettori uno dopo l'altro e congiungendo il punto di applicazione del primo con il punto finale dell'ultimo (fig.5.3); tale regola si ottiene sempre a partire dalla legge del parallelogramma ed è detta *regola della poligonale*.

differenza di due vettori

La differenza tra vettori è un'operazione che si può ricondurre alla somma: infatti sottrarre il vettore \vec{B} dal vettore \vec{A} equivale a sommare il vettore $-\vec{B}$ al vettore \vec{A} ; simbolicamente:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Tale operazione è illustrata nella figura seguente:

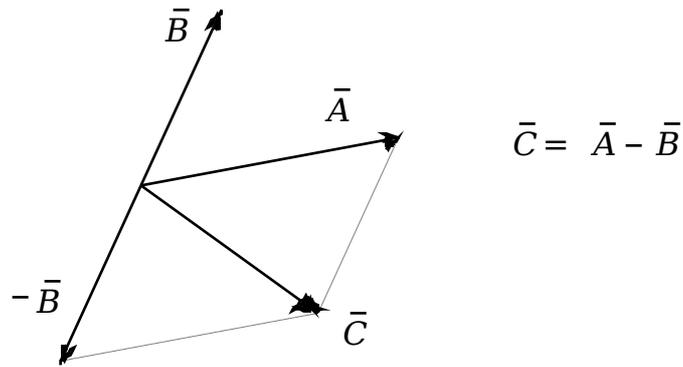


fig.5.4

Non affrontiamo per ora i prodotti tra vettori, che saranno introdotti quando necessario.

scomposizione di un vettore rispetto ad un sistema di assi ortogonali

Portando il punto di applicazione di un vettore sull'origine di un certo sistema di assi cartesiani, si possono determinare le componenti del vettore rispetto a questo dato sistema di assi, che potranno essere utilizzate per eseguire le varie operazioni di calcolo vettoriale. Come illustrato in fig.5.5 le componenti si trovano proiettando l'estremo del vettore sui due assi; potremo così scrivere:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y = (A_x, A_y)$$

L'intensità A del vettore \vec{A} è legata al valore delle componenti dal teorema di Pitagora:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

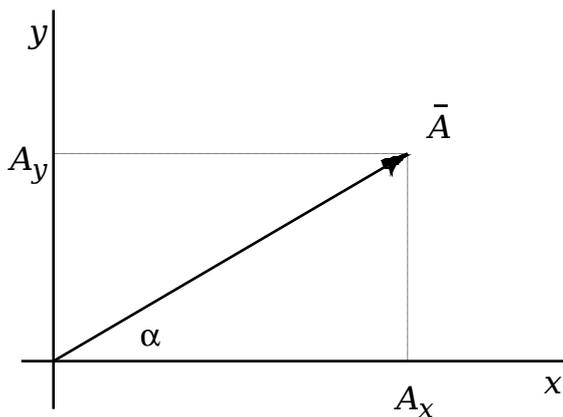


fig.5.5

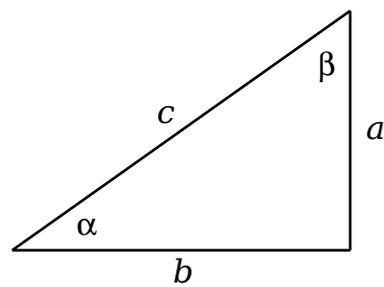


fig.5.6

Alcuni elementi di goniometria possono essere utili in tali scomposizioni di vettori; con riferimento al triangolo *rettangolo* di fig.5.6, si definisce:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{cateto opposto}}{\text{ipotenusa}} = \frac{a}{c} \qquad \operatorname{cos} \alpha = \frac{\text{cateto adiacente}}{\text{ipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto opposto}}{\text{cateto adiacente}} = \frac{a}{b}$$

In base a tali definizioni otteniamo le utili relazioni tra intensità e componenti del vettore \vec{A} (fig.5.5):

$$A_x = A \operatorname{cos} \alpha \qquad A_y = A \operatorname{sen} \alpha \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{A_y}{A_x}$$

somma (analitica) di due o più vettori

Per eseguire analiticamente la somma di due o più vettori il metodo generale consiste nello scomporre ciascuno di essi rispetto ad un sistema di assi ortogonali, di sommare algebricamente le componenti in x ed in y e di comporre le due componenti nella risultante utilizzando il teorema di Pitagora (vedi fig.5.7).

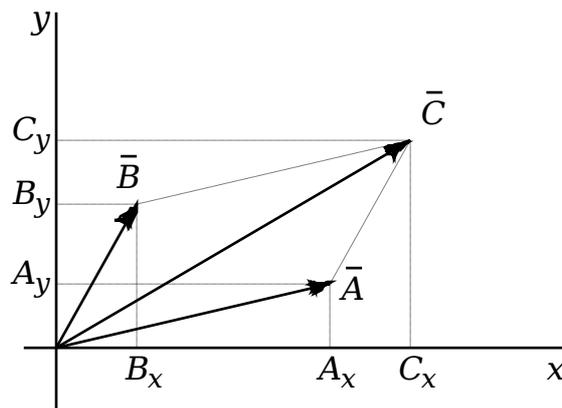


fig.5.7

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$C_x = A_x + B_x \qquad C_y = A_y + B_y$$

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \qquad C \neq A + B$$

E' da notare che in generale l'intensità del vettore somma *non* è pari alla somma delle intensità dei vettori addendi. La tecnica appena vista può essere estesa ad un numero generico di vettori; supponiamo ad esempio di voler eseguire la seguente operazione:

$$\vec{R} = \vec{A} - 2\vec{B} + 3\vec{C} .$$

Ciascuno dei tre vettori di partenza dovrà essere scomposto nelle sue componenti x e y ; poi le

componenti della risultante si potranno trovare mediante le relazioni:

$$\begin{aligned}R_x &= A_x - 2B_x + 3C_x \\R_y &= A_y - 2B_y + 3C_y\end{aligned}$$

e l'intensità della risultante sarà $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$.

5.3 Principio d'inerzia

La dinamica è quella parte della meccanica che studia il moto dei corpi in connessione con le cause che lo producono. Come vedremo tali cause sono le forze, il cui concetto abbiamo già introdotto: la forza è cioè un agente in grado di produrre deformazione, ad esempio di una molla.

La *prima legge della dinamica*, detta anche *principio d'inerzia*, fu intuiteda Galileo e formulata in modo chiaro da Newton:

un corpo si muove di moto rettilineo uniforme se non ci sono delle forze che agiscono su di esso, o se la risultante delle forze agenti è nulla.

Questo vuol dire che se un corpo sta viaggiando in linea retta con velocità costante, non ci sono forze agenti su di esso oppure la somma vettoriale delle forze agenti deve essere nulla. Non sempre quindi un corpo in moto è necessariamente soggetto a forze.

5.4 Seconda legge della dinamica

Se su un corpo agisce una forza (o un insieme di forze), questa è in grado di cambiare le caratteristiche del moto del corpo: in particolare è in grado di esercitare un'accelerazione.

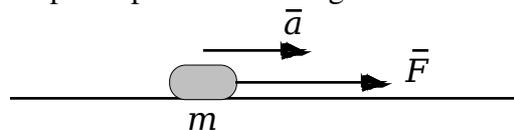


fig.5.8

La seconda legge della dinamica o *legge di Newton*, esprime proprio il fatto che

l'azione di una forza su di un corpo produce un'accelerazione, che risulta essere direttamente proporzionale alla forza stessa

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

La costante di proporzionalità tra forza ed accelerazione è detta *massa inerziale*; questa è una

definizione di massa più rigorosa di quella già incontrata in precedenza.

Si osservi che forza ed accelerazione sono grandezze vettoriali, mentre la massa è scalare. Tale legge fondamentale è il punto di partenza per lo studio di qualsiasi sistema dinamico. Se su un corpo agiscono contemporaneamente più forze l'accelerazione sarà un vettore con la stessa direzione e lo stesso verso della risultante delle forze; quindi, mentre possono esistere più forze applicate allo stesso corpo, è necessariamente unica la sua accelerazione, legata alla risultante.

5.4 Principio di azione e reazione

In natura le forze nascono a coppie: questa è una caratteristica fondamentale di tutte le forze esistenti in natura, che da origine alla terza legge della dinamica o *principio di azione e reazione: ad ogni azione (forza) corrisponde una reazione (forza) uguale in intensità e contraria in verso*. Ciò significa che se un oggetto esercita una forza su un secondo, quest'ultimo esercita una forza uguale ed opposta sul primo.

Se spingiamo una cassa esercitando una forza, anche la cassa esercita su di noi la stessa forza, ma contraria in verso.

La reazione alla forza peso di un oggetto, intesa come forza che la Terra esercita sull'oggetto, è una forza opposta che l'oggetto esercita sulla Terra e che possiamo pensare applicata nel suo centro.

Puoi verificare facilmente che un magnete attira un oggetto di ferro, ma anche questo attira con la stessa forza il magnete.

5.5 Esempi di applicazione delle leggi

Esempio 1

Una massa m di 1 kg è lanciata su un piano orizzontale che presenta attrito e che quindi la rallenta. Si ferma dopo aver percorso uno spazio s di 50 m in un tempo t di 10 s. Si deve trovare la forza di attrito che rallenta la massa.

Soluzione

Supponendo che la forza di attrito sia costante, essa produce una decelerazione a data dal rapporto F/m . Tale decelerazione si può trovare mediante le leggi della cinematica del moto uniformemente accelerato:

$$v = v_0 - a t \quad s = v_0 t - 1/2 a t^2$$

Essendo $v = 0$ all'istante finale t si ottiene $v_0 = a t$ e quindi $s = 1/2 a t^2$. Da qui ci possiamo ricavare l'accelerazione $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 50\text{m}}{100\text{s}^2} = 1\text{m/s}^2$.

Quindi $F = m \cdot a = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$.

Esempio 2

Consideriamo il sistema rappresentato in figura:

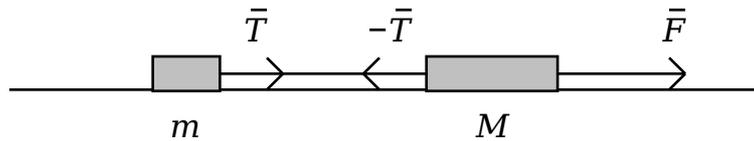


fig.5.9

Una forza trascina in moto, su un piano privo di attrito, due masse M e m , collegate da una corda inestensibile. Questa ipotesi di non elasticità della corda fa sì che questa, se tesa, eserciti la stessa forza ai corpi ai quali è collegata: ecco perchè in figura la corda esercita una tensione T su m ed una tensione eguale e contraria su M . Questo comportamento delle corde tese è valido in generale.

Supponendo di considerare i seguenti valori

$$M = 15 \text{ kg}, \quad m = 5 \text{ kg}, \quad F = 40 \text{ N},$$

ci vogliamo porre il problema di determinare con quale accelerazione si muove il sistema.

Soluzione

La seconda legge della dinamica, applicata al sistema complessivo, si scrive:

$$F = (M + m) a; \text{ quindi l'accelerazione risulta: } a = \frac{F}{M + m} = \frac{40\text{N}}{(15+5)\text{kg}} = 2\text{m/s}^2.$$

La tensione della corda può essere determinata applicando la legge di Newton o su una o sull'altra delle masse:

$$\text{su } m: T = m a = 5 \text{ kg} \times 2 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ N};$$

$$\text{su } M: F - T = M a; \text{ quindi } T = F - M a = 40 \text{ N} - 15 \text{ kg} \times 2 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ N}.$$

Esempio 3

Consideriamo una massa m posta su un piano inclinato (vedi fig.5.10) privo di attrito. Con quale accelerazione scende lungo il piano?

Soluzione

La forza peso si può scomporre in due componenti, una parallela ed una perpendicolare al piano: $\vec{P} = \vec{P}_{\parallel} + \vec{P}_{\perp}$. La componente perpendicolare è bilanciata dalla forza N che il piano esercita sulla massa, mentre la componente parallela non è bilanciata e quindi produce il moto di discesa.

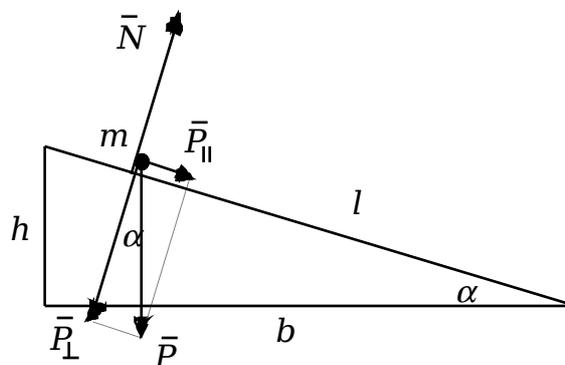


fig.5.10

I valori delle due componenti dipendono dall'inclinazione del piano e possono essere

determinati mediante considerazioni geometriche: infatti si osserva che il triangolo di lati l, b, h è simile al triangolo formato dalla forza peso e dalle sue componenti.

Possono quindi essere scritte le seguenti relazioni di similitudine (o equivalentemente si può anche ragionare in termini goniometrici introducendo le funzioni seno e coseno) per determinare le componenti:

$$\frac{P_{\parallel}}{P} = \frac{h}{l} \Rightarrow P_{\parallel} = P \frac{h}{l} = P \operatorname{sen} \alpha$$

$$\frac{P_{\perp}}{P} = \frac{b}{l} \Rightarrow P_{\perp} = P \frac{b}{l} = P \operatorname{cos} \alpha = N$$

La seconda legge della dinamica, applicata nella direzione parallela al piano, permette di determinare l'accelerazione di discesa della massa:

$$P_{\parallel} = ma \Rightarrow mg \operatorname{sen} \alpha = ma \Rightarrow a = g \operatorname{sen} \alpha$$

5.6 Accelerazione e forza centripeta

Anche in un moto circolare uniforme deve essere presente una forza specifica che produce il moto: in questo caso la forza deve essere tale da creare una accelerazione che modifica continuamente direzione e verso della velocità, lasciando inalterata però la sua intensità.

Consideriamo un punto P che si muove di moto circolare uniforme lungo una circonferenza di raggio r (fig.5.11). Siano 1 e 2 due posizioni successive occupate da P nei due istanti di tempo t_1 e t_2 , abbastanza vicini tra loro; v_1 e v_2 , di uguale intensità v , siano le corrispondenti velocità, vettori tangenti nei rispettivi punti alla circonferenza.

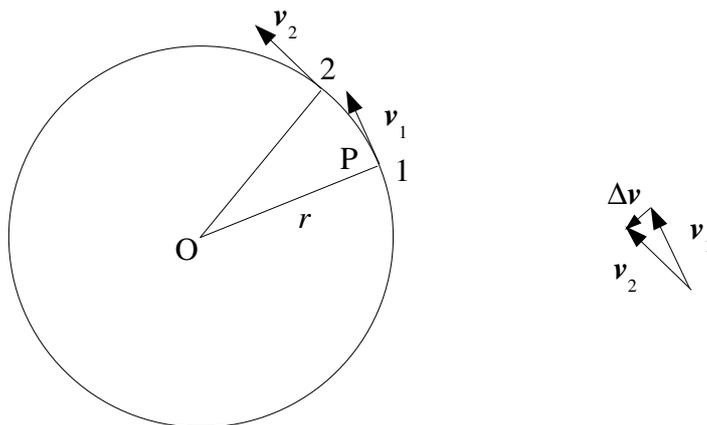


fig. 5.11

Nel tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, impiegato da P per andare da 1 a 2, la velocità cambia da v_1 a v_2 . Subisce quindi una variazione $\Delta v = v_2 - v_1$ (vedi la parte destra della fig.5.11) a cui è associata una accelerazione media

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Questa accelerazione può essere determinata osservando che il triangolo O12 è simile al triangolo formato dalle due velocità e dalla loro variazione: questo perchè le velocità sono, in quanto tangenti, perpendicolari ai rispettivi raggi.

Data questa similitudine possiamo scrivere:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\text{segmento } 12}{r} ;$$

nel limite in cui l'angolo descritto da P nel tempo Δt è piccolo possiamo approssimare:

$$\text{segmento } 12 \approx \text{arco } 12 = v \Delta t$$

e quindi il rapporto precedente diventa:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v \Delta t}{r}$$

da cui ricaviamo l'intensità dell'accelerazione:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} .$$

Si intuisce dalla figura 5.11, ma si può dimostrare più rigorosamente, che tale accelerazione è diretta sempre verso il centro della circonferenza di rotazione: per questo motivo è detta *accelerazione centripeta*. La forza ad essa associata, causa prima del moto di rotazione, è chiamata *forza centripeta* e, a seconda del particolare sistema dinamico in considerazione, può essere di varia natura (elettrica, gravitazionale, d'attrito, ...):

$$F_{\text{centripeta}} = m a_{\text{centripeta}} = m \frac{v^2}{r}$$

Esempio

Consideriamo il moto di un satellite di massa m in orbita circolare di raggio R attorno alla Terra, di massa M . In tali casi il raggio orbitale, che coincide con la distanza tra le due masse, va misurato rispetto al centro della Terra (fig.5.12).

In questa situazione la forza centripeta è data dalla forza di attrazione gravitazionale che la Terra esercita sul satellite.

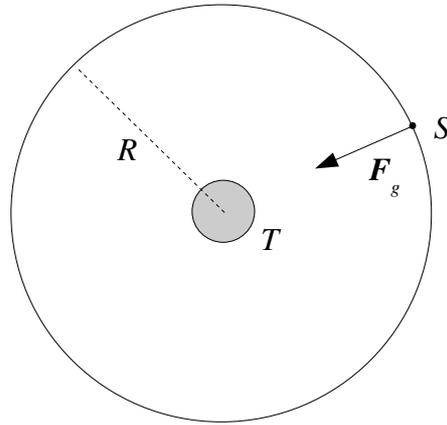


fig.5.12

Quindi:

$$F_{\text{gravitazionale}} = F_{\text{centripeta}}$$

$$G \frac{mM}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

che semplificata diventa:

$$G \frac{M}{R} = v^2 ;$$

questa relazione è alla base dello studio della dinamica dei moti orbitali circolari (è da notare che non dipende dalla massa m del satellite).

A che distanza dal centro della Terra orbita un satellite geostazionario?

Tale satellite ha la caratteristica di sembrare fermo rispetto ad un osservatore terrestre: quindi il suo periodo di rivoluzione T coincide con il giorno terrestre, pari a 86400 s. Sviluppando la velocità nella relazione precedente otteniamo:

$$G \frac{M}{R} = \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2$$

da cui

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2} T^2} = 42,3 \cdot 10^6 \text{ m} .$$

5.7 Momento di una forza

In un sistema del tipo di fig.5.13, con una trave sospesa al centro (fulcro), due masse sono in equilibrio quando i loro pesi e le loro distanze sono in una opportuna relazione.

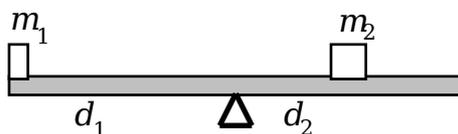


fig.5.13

E' esperienza comune che più una delle masse è lontana dal centro, minore deve essere il suo peso per ottenere un effetto equilibrante. Più precisamente si può verificare (vedi esperienza di laboratorio) che peso e distanza devono essere in una relazione di proporzionalità inversa:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow P_1 d_1 = P_2 d_2.$$

Il prodotto della forza peso per la distanza della massa dal fulcro prende il nome di momento. Più in generale, il *momento di una forza rispetto ad un punto O* (vedi fig.5.14) è definito come il prodotto dell'intensità della forza per il valore b del braccio, cioè per la distanza del punto O dalla retta di azione della forza (e non dal punto di applicazione della forza).

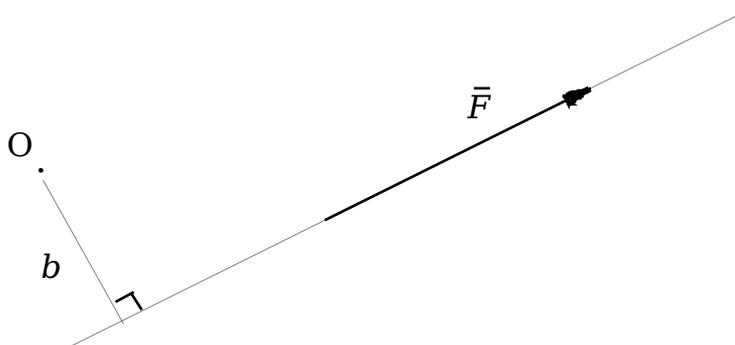


fig.5.14

Interpretiamo allora la condizione di equilibrio della trave di fig.5.13 come dovuta all'eguaglianza dei momenti delle due forze peso rispetto al fulcro.

5.8 Statica

Un oggetto praticamente puntiforme, sul quale agiscono delle forze la cui risultante è nulla, se inizialmente fermo continua a rimanere fermo, per il principio d'inerzia. Questa conclusione vale anche per i corpi estesi?

Immaginiamo, su un piano privo di attrito, un'asta appoggiata sulla quale agiscono due forze uguali e contrarie, come in fig.5.15:

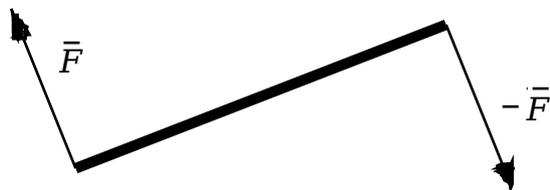


fig.5.15

In questo caso la somma delle forze agenti sull'asta è nulla, ma non ci aspettiamo di certo che questa rimanga ferma: si metterà a ruotare in senso orario.

Per un corpo esteso lo stato di quiete (beninteso, relativo ad un determinato riferimento) non può essere determinato solo dall'annullarsi delle forze agenti ma, come suggerito dall'esempio di fig.5.13, anche da un bilancio complessivamente nullo dei momenti delle forze agenti.

La conclusione generale è che un sistema si trova in *equilibrio statico* se:

- la somma vettoriale di tutte le forze agenti è nulla;
- la somma dei momenti delle forze è nulla.

Queste sono le due condizioni essenziali per lo studio dell'equilibrio dei corpi.

Esempio 1

Supponiamo che un'asta rigida di lunghezza $l = 1$ m sia libera di ruotare attorno al punto A (fig.5.16). Il peso G dell'asta vale 20 N e, a $3/4$ della sua lunghezza, è posta una massa m del peso P di 40 N. Vogliamo determinare:

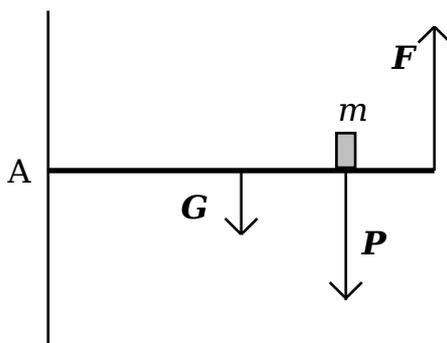


fig.5.16

- la forza F da applicare all'estremità dell'asta per mantenere il sistema in equilibrio;
- la forza che la parete esercita sull'asta nel punto A.

Soluzione

Scelto di considerare il punto A come riferimento per il calcolo dei momenti notiamo che le forze G e P tendono a far ruotare il sistema in senso orario, mentre la forza F in senso antiorario; quindi i momenti di G e P dovranno bilanciare il momento di F :

$$Fl = G \frac{l}{2} + P \frac{3}{4}l \Rightarrow F = \frac{1}{2}G + \frac{3}{4}P = \frac{20\text{N}}{2} + \frac{3}{4}40\text{N} = 40\text{N}$$

La somma totale delle forze agenti deve essere nulla, quindi la forza F che la parete esercita sull'asta deve, assieme ad F , bilanciare le forze G e P che sono dirette in verso opposto:

$$F_A + F = G + P \Rightarrow F_A = G + P - F = (20 + 40 - 40) \text{ N} = 20 \text{ N}$$

Esempio 2

Supponiamo che l'asta AB, di lunghezza 2 m e peso 100 N, libera di ruotare attorno al punto A, sia tenuta sospesa mediante un filo AC teso orizzontalmente (fig.5.17). L'asta forma un angolo di 30° con l'orizzontale. Vogliamo determinare:

- la tensione T del filo;
- la forza F esercitata dalla parete sull'asta.

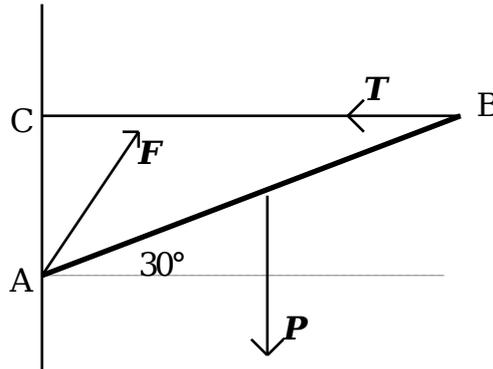


fig.5.17

Soluzione:

Considerando il punto A come fulcro, è chiaro che il momento di P deve bilanciare il momento di T (il momento di F è nullo) e quindi $M_P = M_T$ o $P \cdot b_P = T \cdot b_T$. Rispetto ad A, il braccio di P vale $b_P = \frac{AB}{2} \cos 30^\circ = l \frac{\sqrt{3}}{4}$, mentre quello di T risulta pari a $b_T = AC = l \sin 30^\circ$. Quindi l'uguaglianza dei momenti ci permette di scrivere:

$$Pl \frac{\sqrt{3}}{4} = T \frac{l}{2} \Rightarrow T = \frac{\sqrt{3}}{2} P = 87 \text{ N.}$$

La somma vettoriale delle forze applicate all'asta deve essere nulla, perciò:

$F + P + T = \mathbf{0}$, o anche $F = - (P + T)$, cioè F deve essere esattamente opposta alla risultante delle altre due forze. Siccome P e T sono perpendicolari tra loro, per trovare l'intensità di F basta applicare il teorema di Pitagora:

$$F = \sqrt{P^2 + T^2} = \sqrt{100^2 + 87^2} = 133 \text{ N.}$$

Esempio 3

Una scala di lunghezza 2 m è appoggiata ad una parete verticale (fig.5.18). Forma con questa un angolo di 35° ed ha una massa di 10 kg. Calcolare tutte le forze agenti su di essa, supponendo

che la parete verticale possa esercitare solo una forza di reazione orizzontale (non dà cioè origine ad una forza di attrito verticale).

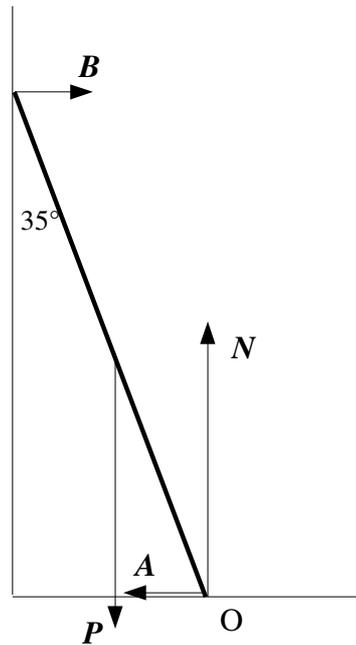


fig.5.18

Soluzione

Le forze agenti sulla scala sono le seguenti: il peso P , che si può immaginare applicato al centro di essa; la forza di attrito A del pavimento; la reazione vincolare N del pavimento; la reazione vincolare B della parete verticale. Due di queste forze sono orizzontali, altre due verticali; dall'equilibrio delle forze deve quindi verificarsi:

$$\begin{array}{lll} P + N = 0 & \text{che implica} & P = N = mg = 98 \text{ N} \\ A + B = 0 & \text{che implica} & A = B \end{array}$$

Dall'equilibrio dei momenti, calcolati rispetto al punto O (in modo tale da annullare i momenti di A e N) otteniamo:

$$M_P = M_B$$

e sviluppando mediante il calcolo dei bracci:

$$P l/2 \sin 35^\circ = B l \cos 35^\circ$$

cioè

$$B = A = P/2 \operatorname{tg} 35^\circ = 34,3 \text{ N.}$$

Esercizi Capitolo 5

1. Il vettore \mathbf{a} ha una intensità $a = 5$, e forma un angolo di 60° con l'asse delle x . Trova le componenti cartesiane del vettore ad esso esattamente opposto.

[(-2,50 ; -4,33)]

2. Il vettore \mathbf{b} ha una intensità $b = 10$, e forma un angolo di 45° con l'asse delle x . Trova le componenti cartesiane di un vettore ad esso perpendicolare.

[(7,07 ; -7,07) oppure (-7,07 ; 7,07)]

3. Trova componenti e intensità del vettore \mathbf{c} , somma dei due vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} dei quesiti 1 e 2.

[9,6;11,4;14,9]

4. Determina la risultante di due vettori tra loro perpendicolari e di intensità l'uno 30 e l'altro 40.

[50]

5. Dati i tre vettori in fig.5e.1, quanto vale la loro risultante?

[20]

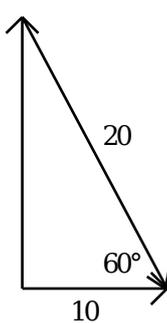


fig.5e.1

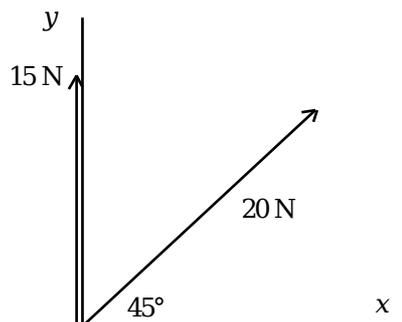


fig.5e.2

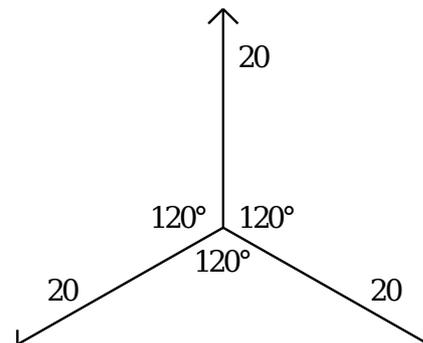


fig.5e.3

6. Due forze sono orientate come in fig.5e.2. Trova la loro risultante.

[32,5 N]

7. Dati i tre vettori della stessa intensità disposti come in fig.5e.3, quanto vale la loro risultante?

[0]

8. Un vettore, rispetto ad un sistema di assi ortogonali, ha componenti (2;1). Che angolo forma il vettore con l'asse orizzontale?

[26,6°]

9. Un razzo si muove con velocità v nello spazio cosmico, fuori dall'influenza di tutti gli altri corpi celesti. Spenti i motori, il razzo:

- a - si ferma
- b - percorre una traiettoria circolare con velocità v
- c - prosegue in linea retta con velocità v
- d - torna indietro

10. Un uomo col paracadute scende alla velocità costante di 10 km/h. Se la massa totale del sistema uomo-paracadute è di 90 kg, quanto vale la forza di attrito esercitata dall'aria?
[circa 900 N]

11. Trova la risultante dei tre vettori di fig.5e.4.
Determina anche l'angolo che la risultante forma con l'asse x .
[20;135°]

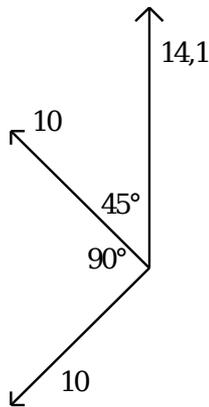


fig.5e.4

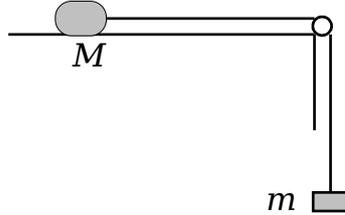


fig.5e.5

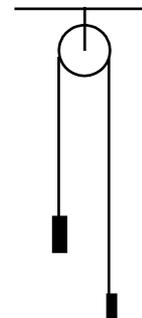


fig.5e.6

12. Una massa m di 200 g sospesa verticalmente trascina, tramite una carrucola, una massa M di 1,8 kg posta su un piano privo di attrito. Con quale accelerazione si muovono le due masse?
[0,98 m/s]

13. Un blocco da 30 kg è collegato come in fig.5e.6 ad un secondo blocco da 10 kg. Trova in assenza di attrito l'accelerazione del sistema.
[g/2]

14. Due corpi sono lasciati cadere dalla stessa altezza in assenza di attrito. Allora:

- a - tocca prima il suolo il corpo di massa maggiore
- b - tocca prima il suolo il corpo di massa minore
- c - toccano il suolo contemporaneamente
- d - non si può dire nulla se non si conosce la loro forma

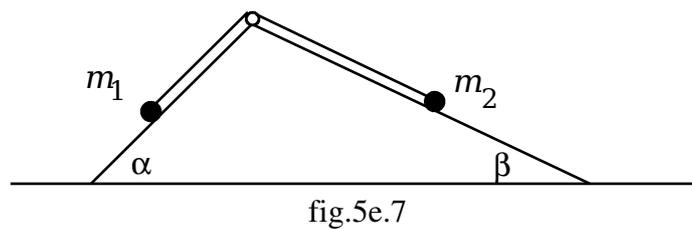
15. Una vettura di massa 500 kg, che sta viaggiando alla velocità di 72 km/h, frena. Durante la frenata viene applicata una forza costante di 1000 N. In quanto tempo si ferma?
[10 s]

16. Un corpo viaggia in linea retta e la sua velocità va diminuendo; la risultante delle forze applicate al corpo è:
- a - nulla
 - b - molto piccola
 - c - diretta nello stesso senso del moto
 - d - diretta in senso contrario al moto
 - e - non si può rispondere
17. Un corpo di peso 19,6 N è fermo su un piano orizzontale privo di attrito. Si determini la forza orizzontale costante che si deve applicare al corpo affinché esso, dopo 4 s, abbia percorso lo spazio di 80 m.
- [20 N]
18. Ad un corpo di massa 4 kg, che si trova ai piedi di un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale, viene impressa una velocità iniziale di 14,7 m/s diretta lungo il piano. Che distanza percorre il corpo lungo il piano prima di fermarsi, supponendo di essere in assenza di attrito?
- [22,1 m]
19. Risolvere l'esercizio precedente, supponendo però più realisticamente l'esistenza di una forza di attrito di 3,2 N.
- [19,1 m]
20. Un oggetto di massa 200 g si muove di moto circolare uniforme con un periodo di 4 s e un raggio di 3 m. Determina la frequenza del moto, l'accelerazione centripeta e la forza centripeta agente.
- [0,25 Hz ; 7,40 m/s² ; 1,48 N]
21. Considera un elettrone orbitante attorno ad un protone, con la forza centripeta data dalla forza elettrica tra le due cariche (perché si trascura la forza gravitazionale?) ed un raggio orbitale di 10^{-10} m. Determina l'accelerazione centripeta dell'elettrone, la sua velocità ed il numero di giri che esso compie ogni secondo.
- [$2,53 \cdot 10^{22}$ m/s² ; $1,59 \cdot 10^6$ m/s ; $2,53 \cdot 10^{15}$ Hz]
22. Un punto descrive un moto circolare uniforme con un periodo di 8 s ed un raggio di 4 m. Trova l'accelerazione media agente sul punto considerando un intervallo di tempo pari ad un quarto di periodo (sono necessarie considerazioni di tipo vettoriale).
Tale accelerazione coincide con quella centripeta?
Come cambia la risposta se l'intervallo di tempo corrisponde a metà periodo?
- [2,22 m/s²]
23. A quale velocità si muove un satellite geostazionario?
- [3,08 km/s]

24. Qual è il raggio orbitale di un satellite terrestre che si muove alla velocità di 1000 m/s?
 [4 · 10⁸ m]

25. Che velocità deve possedere un satellite per poter orbitare appena al di sopra della superficie terrestre?
 [7,91 km/s]

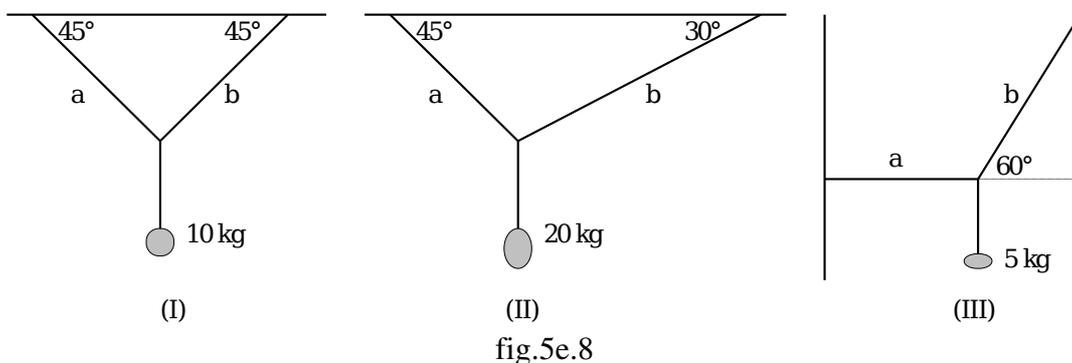
26. Due masse, collegate da un filo, sono in equilibrio su due piani inclinati lisci, come in fig.5e.7. Se $a = 45^\circ$, $b = 30^\circ$ e $m_2 = 1$ kg, quanto vale m_1 ? (risolvere l'esercizio utilizzando i triangoli notevoli, non la trigonometria)
 [0,71 kg]



27. Due masse, collegate da un filo, sono in equilibrio su due piani inclinati lisci, come in fig.5e.7. Se $a = 55^\circ$, $b = 35^\circ$ e $m_2 = 1$ kg, quanto vale m_1 ?
 [0,70 kg]

28. Due masse $m_1 = m_2 = 1$ kg, collegate da un filo, sono lasciate libere di muoversi su due piani inclinati lisci, come in fig.5e.7. Se $a = 45^\circ$ e $b = 30^\circ$, quanto vale l'accelerazione con cui si muovono?
 [1 m/s²]

29. Determina, per ognuno dei tre casi di fig.5e.8, i valori delle forze che si trasmettono lungo i fili a e b per realizzare la data condizione di equilibrio.
 [(I)69N,69N;(II)176N,144N;(III)28N,56N]



30. Affinchè un sistema materiale sia in equilibrio occorre che:
 a - la risultante delle forze applicate su di esso sia nulla
 b - la risultante dei momenti applicati su di esso sia nulla

- c - le risultanti delle forze e dei momenti applicati siano nulle
- d - nessuna delle precedenti

31. Si consideri il sistema rappresentato in fig.5e.9. Sapendo che $M = 10$ kg e m (massa della trave) = 2 kg, si determini quale forza agisce sulla superficie di contatto B tra la trave ed il sostegno. [34,3 N]

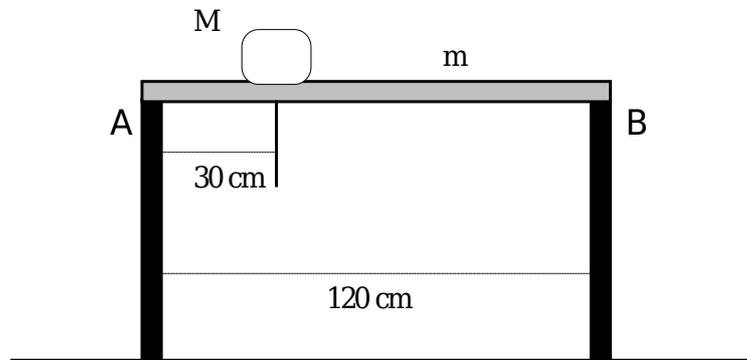


fig.5e.9

32. Considera la trave di fig.5e.10 agganciata ad una parete verticale nel punto O. Questa trave ha una lunghezza di 2 m ed una massa di 50 kg, ed è tenuta in equilibrio mediante l'applicazione di una forza esterna F , inclinata di 30° rispetto all'orizzontale. Determina quanto vale F .

[490 N]

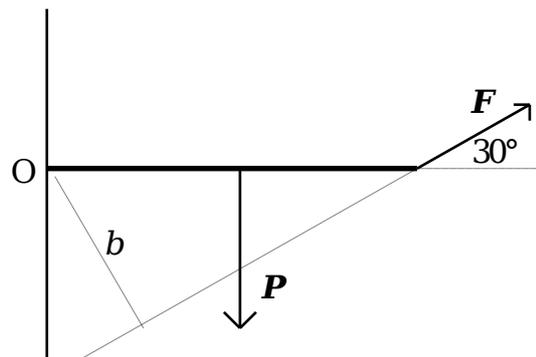


fig.5e.10

Capitolo 6

Lavoro, Energia, Calore

6.1 *Lavoro di una forza e prodotto scalare*

In Fisica il termine *lavoro* ha un ben preciso significato, connesso all'azione di una o più forze. Consideriamo la situazione di fig.6.1, in cui una forza F parallela al piano orizzontale agisce su una massa m , facendole eseguire uno spostamento s :



fig.6.1

In tal caso il lavoro della forza F è definito semplicemente come: $L = F s$, il prodotto delle intensità dei vettori F e s , ed è una grandezza scalare, anche se ottenuta a partire da due grandezze vettoriali. In questo caso il calcolo del lavoro è semplice perché i due vettori di partenza sono paralleli; ma se questo non fosse più vero, come ci comportiamo?

Dobbiamo a questo punto introdurre il concetto di prodotto scalare di due vettori.

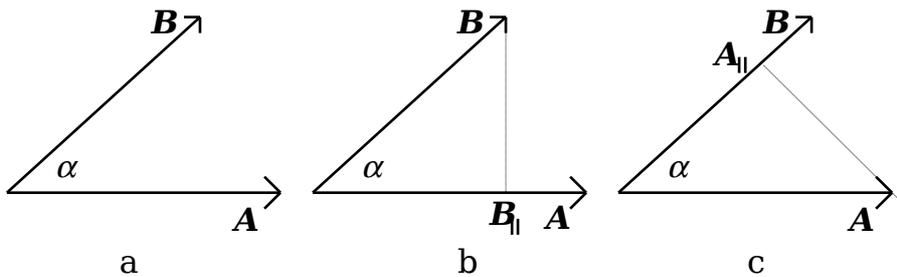


fig.6.2

Con riferimento alla figura 6.2 a, dati due vettori A e B che formano un angolo α tra loro, il *prodotto scalare* di questi è in generale definito come:

$$A \cdot B = A B \cos \alpha$$

ed è, è bene ripeterlo, una grandezza scalare, cioè un numero. Questa operazione si può pensare anche come il prodotto dell'intensità di uno dei vettori per la componente dell'altro vettore ad

esso parallela : infatti con riferimento alle fig.6.2 b e c possiamo scrivere

$$A_{\parallel} = A \cos \alpha \qquad B_{\parallel} = B \cos \alpha$$

e quindi pensare il prodotto scalare come:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A B \cos \alpha = A B_{\parallel} = A_{\parallel} B$$

Come indicato in fig.6.3, il prodotto scalare risulta massimo quando i due vettori sono paralleli e concordi, nullo quando sono perpendicolari e minimo negativo quando sono paralleli e discordi.

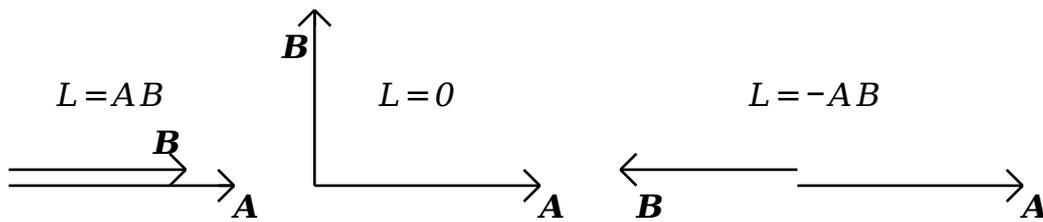


fig.6.3

Allora, in generale, il lavoro compiuto da una forza \mathbf{F} costante che agisce su un corpo per uno spostamento \mathbf{s} (fig.6.4) è definito:

$$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = F s \cos \alpha$$

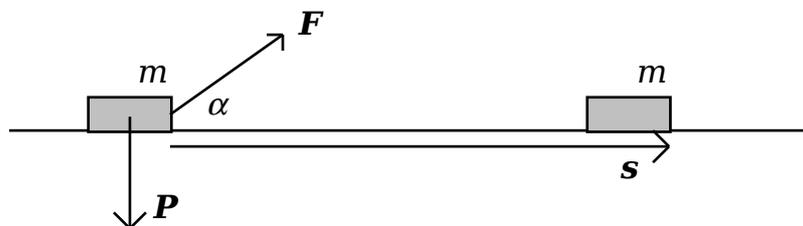


fig.6.4

L'unità di misura del lavoro nel SI è:

$$[\text{Lavoro}] = [\text{Forza} \times \text{Spostamento}] = \text{Newton} \times \text{metro} = \text{Joule}$$

$$\text{N} \times \text{m} = \text{J}$$

Sempre in riferimento alla fig.6.4, ci si può chiedere quanto vale il lavoro della forza peso \mathbf{P} di m , relativo allo spostamento \mathbf{s} . Per quanto detto sopra è evidente che tale lavoro deve essere nullo, in quanto i due vettori \mathbf{P} e \mathbf{s} sono perpendicolari tra loro.

6.2 Energia meccanica e sue forme

In generale l'*energia* può essere definita come la capacità che ha un corpo di compiere (o assorbire) lavoro. Quindi l'energia è una manifestazione del lavoro ed è, nelle sue varie forme, sempre definibile a partire da esso. Perciò, come il lavoro, anche l'energia è una grandezza fisica scalare ed ha la stessa unità di misura (Joule).

Qui prenderemo in considerazione le varie forme dell'energia in meccanica.

Energia potenziale gravitazionale

E' una forma di energia che si definisce a partire dalla forza peso.

Consideriamo una massa ad una certa altezza h (fig.6.5).

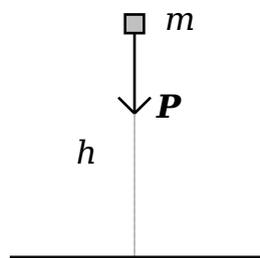


fig.6.5

L'*energia potenziale gravitazionale* di m si può pensare come il lavoro che la forza P può compiere facendo passare la massa m dall'altezza h al suolo. La massa m possiede perciò energia potenziale per il solo fatto di essere ad una certa altezza dal suolo; non importa che essa sia fatta effettivamente cadere o meno al suolo. Tale energia E è perciò:

$$L = P \cdot s = P h = m g h$$

$$E_p = m g h$$

E' chiaro che nel calcolo dell'energia gravitazionale è importante l'altezza h rispetto al suolo. Ma che cos'è questo suolo? In realtà non c'è alcun bisogno di spaccarsi la testa per cercare un suolo che sia lo stesso per tutti: la scelta del livello del suolo è del tutto arbitraria! Quindi anche il valore dell'energia potenziale gravitazionale è arbitrario! Questo può apparire paradossale ma non lo è: come vedremo quello che conta non è tanto il valore dell'energia ad una certa altezza, quanto la differenza di energia tra altezze diverse, e questa differenza non dipende in alcun modo dalla scelta arbitraria del livello di riferimento. E' importante che, una volta scelto, il livello di riferimento sia mantenuto in modo coerente.

Energia cinetica

E' una forma di energia che un corpo possiede per il solo fatto di essere in movimento. Può essere pensata come il lavoro fatto dalle forze per mettere in moto il corpo. Consideriamo ad esempio la massa m , inizialmente ferma su un piano orizzontale liscio (fig.6.6), che viene messa in moto da una forza costante F .

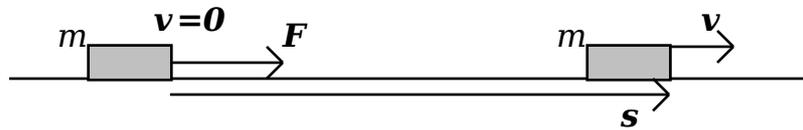


fig.6.6

Calcoliamo il lavoro fatto dalla forza F durante lo spostamento s : $L = F \cdot s = F s$.

Trattandosi di un moto uniformemente accelerato, con velocità iniziale nulla, potremo scrivere:

$s = \frac{1}{2}at^2$ e $v = at$; inoltre $F = ma$ e quindi $F = m\frac{v}{t}$. Quindi otteniamo per il lavoro:

$$L = ma \frac{1}{2}at^2 = m\frac{v}{t} \frac{1}{2} \frac{v}{t} t^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

L'espressione finale è per definizione l'energia cinetica del corpo:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia potenziale elastica

E' una forma di energia che si definisce a partire dalla forza elastica.

Con riferimento alla fig.6.7, calcoliamo il lavoro che deve essere fatto da una forza F , che controbilancia la forza elastica, per allungare la molla di una quantità x .

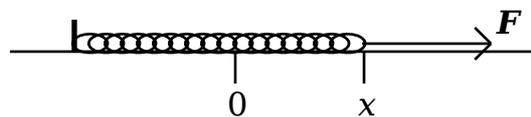


fig.6.7

Questo calcolo non è banale perché, a differenza delle forze considerate finora, la forza elastica non è costante ma dipende proprio dall'allungamento x secondo la nota relazione $F = kx$. Dobbiamo allora calcolare il lavoro scomponendo l'allungamento totale in tanti piccoli intervalli Δx , all'interno di ciascuno dei quali la forza si possa ritenere costante, calcolare il lavoro per

ciascun intervallo e sommare su tutti gli intervalli. Il grafico di fig.6.8 illustra, oltre alla relazione lineare tra F e x , proprio questo procedimento.

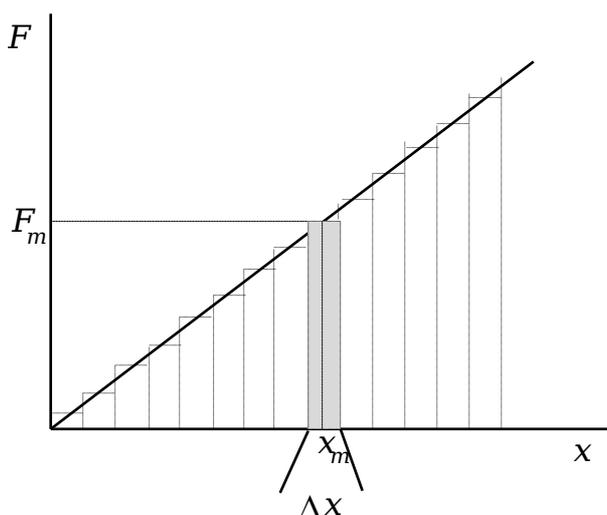


fig.6.8

Se x è il punto medio di ciascun intervallo e F il corrispondente valore di forza, il lavoro relativo a ciascun intervallo è $\Delta L = F_m \Delta x$ e graficamente è dato dall'area ombreggiata in figura. Si capisce allora che il lavoro complessivo, che definiamo come energia potenziale elastica, sarà l'area totale sottesa dal grafico:

$$L = \frac{xF}{2} = \frac{xkx}{2} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_e = \frac{1}{2}kx^2$$

6.3 Conservazione dell'energia

Abbiamo già visto nel capitolo 4 che l'altezza raggiunta da un corpo lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 è pari a $h = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$ (fig.6.9). Nello stato iniziale, al momento del lancio, l'energia cinetica è massima, essendo massima la velocità, mentre l'energia potenziale è nulla; nello stato finale, alla massima altezza raggiunta, l'energia potenziale è massima, mentre quella cinetica è nulla. E' facile verificare che ciò che avviene è uno scambio tra le due forme di energia.

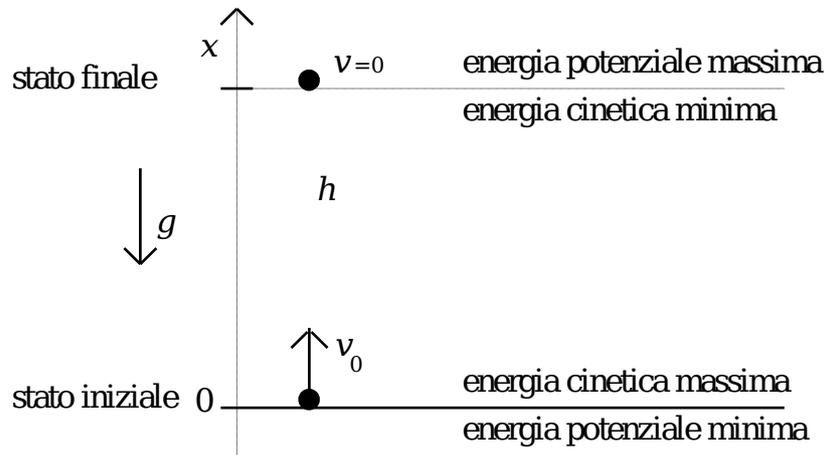


fig.6.9

Infatti l'energia cinetica iniziale vale $E_{ci} = \frac{1}{2}mv_0^2$,

e l'energia potenziale finale è $E_{pf} = mgh = mg \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} = \frac{1}{2}mv_0^2$,

cioè le due energie hanno lo stesso identico valore. Questo fatto non è casuale, ma è tipico dei sistemi meccanici in cui non sono presenti delle forze di attrito. E' anzi talmente generale e importante (conseguenza delle leggi fondamentali della dinamica), specialmente nell'analisi e nella soluzione di problemi, che è stato assunto a principio: il cosiddetto *principio di conservazione dell'energia*:

In un sistema isolato e non dissipativo l'energia meccanica totale del sistema si mantiene costante nel tempo.

Con *isolato* si intende un sistema fisico sul quale non agiscono forze esterne.

Con *non dissipativo* si intende un sistema nel quale non agiscono forze di attrito.

Possiamo anche formularlo dicendo che in un sistema meccanico isolato e non dissipativo, la somma totale delle energie cinetica, potenziale gravitazionale e potenziale elastica rimane costante nel tempo.

Esempio 1

Una massa $m = 1$ kg è lanciata con velocità $v = 2$ m/s contro una molla, di costante elastica $k = 16$ N/cm, disposta come in fig.6.10. Supponendo non influente ogni forma di attrito, si deve determinare di quanto viene compressa al massimo la molla in seguito all'urto con la massa.



fig.6.10

Soluzione

Confrontiamo le energie nello stato iniziale, la massa in moto prima di entrare in contatto con la molla, e nello stato finale, la molla nella fase di massima compressione e la massa ferma. E' chiaro che nello stato iniziale l'energia è puramente cinetica, mentre in quello finale è puramente elastica. Quindi, detto x il valore da determinare, possiamo scrivere:

$$E_{\text{cinetica, iniziale}} = E_{\text{elastica, finale}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

da cui con facili passaggi si può ricavare l'incognita:

$$mv^2 = kx^2 \quad x^2 = \frac{m}{k}v^2 \quad x = v\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\frac{m}{s}\sqrt{\frac{1\text{kg}}{1600\text{N/m}}} = 0,05\text{m} = 5\text{cm}$$

Esempio 2

Una slitta si trova a 10 m, sulla sommità di una pista (tipo montagne russe) come in fig.6.11, con una velocità iniziale $v_1 = 6$ m/s. Supponendo trascurabili gli attriti si deve trovare la velocità con cui la slitta percorre il tratto finale all'altezza di 5 m.

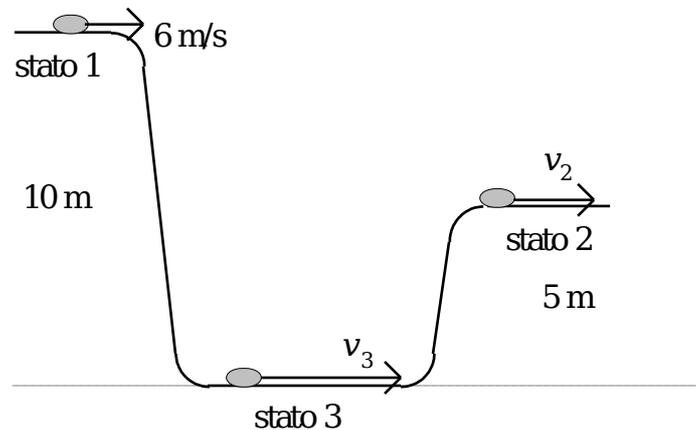


fig.6.11

Soluzione

Notiamo che il testo del problema non fornisce la massa della slitta e questo deve farci supporre che il risultato sia indipendente da questa. L'energia totale iniziale (cinetica + potenziale) nello stato 1 deve essere uguale a quella finale (cinetica + potenziale) nello stato 2. Possiamo perciò scrivere:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

Ogni termine dell'equazione appena scritta è proporzionale alla massa m , e quindi questa è eliminabile:

$$\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2 \quad v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2;$$

ricavando l'incognita v si ottiene:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh_1 - 2gh_2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{(6\text{m/s})^2 + 2 \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot 5\text{m}} = 11,6\text{m/s}$$

Volendo determinare anche la velocità v con cui la massa transita per il tratto più basso $h_3 = 0$ si può seguire un procedimento analogo, con in più la semplificazione che nello stato finale l'energia potenziale è nulla:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2$$

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + 2gh_1} = \sqrt{(6\text{m/s})^2 + 2 \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot 10\text{m}} = 15,2\text{m/s}.$$

Deve essere chiaro a questo punto che applicando il principio di conservazione dell'energia è possibile calcolare la velocità della slitta a qualunque altezza.

Prendendo spunto da questo esempio possiamo discutere anche la questione già accennata della dipendenza dell'energia potenziale dal livello di riferimento. Nello svolgere l'esercizio abbiamo considerato in modo naturale il livello inferiore (stato 3) come riferimento. Avremmo però potuto scegliere un qualunque altro livello ed ottenere gli stessi risultati per le velocità della slitta. Se ad esempio consideriamo il livello finale (stato 2) come riferimento, cioè come altezza zero, i tre livelli considerati sono:

$$\begin{array}{ll} h_1 = 5 \text{ m} & h_1 - h_2 = 5 \text{ m} \\ h_2 = 0 \text{ m} & h_1 - h_3 = 10 \text{ m} \\ h_3 = -5 \text{ m} & \end{array}$$

Imponendo la conservazione dell'energia tra lo stato 1 e lo stato 2 stavolta scriviamo:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

da cui $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh_1} = \sqrt{(6\text{m/s})^2 + 2 \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot 5\text{m}} = 11,6\text{m/s}.$

Analogamente tra lo stato 1 e lo stato 3 si ha:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3$$

da cui $v_3 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_3)} = \sqrt{(6\text{m/s})^2 + 2 \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot 10\text{m}} = 15,2\text{m/s}.$

Le velocità sono quindi le stesse di quelle ottenute in precedenza. In questo senso l'energia potenziale dipende dal livello di riferimento, ma quello che conta non è il suo valore assoluto quanto la differenza di energia tra due stati, la quale è indipendente dal livello scelto come riferimento.

6.4 Potenza e rendimento

La *potenza* esprime la rapidità con cui un corpo o un sistema fisico compie lavoro nel tempo; generalmente quindi indica quanto lavoro (o energia) viene compiuto o sviluppato nell'unità di tempo:

$$\text{potenza} = \frac{\text{lavoro}}{\text{tempo}} \quad P = \frac{L}{t}$$

dove t rappresenta il tempo durante il quale si compie il lavoro. L'unità di misura della potenza è il Watt, W:

$$\text{Watt} = \frac{\text{Joule}}{\text{secondo}} \quad W = \frac{J}{s}$$

La potenza può anche essere espressa in termini della forza corrispondente: infatti

$$P = \frac{L}{t} = \frac{Fs}{t} = F \frac{s}{t} = Fv_m$$

dove si è introdotta la velocità media come rapporto tra lo spostamento totale e il tempo impiegato.

In un sistema fisico molto spesso si compiono delle conversioni energetiche, che trasformano energia di un certo tipo in energia di altro tipo. Sono però sempre presenti delle cosiddette perdite di energia che in realtà sono delle trasformazioni di parte dell'energia iniziale in forma di energia termica non più utilizzabile. Si utilizza allora il concetto di *rendimento* per indicare con quale efficienza avviene una certa trasformazione energetica; con riferimento alla fig.6.12 il rendimento è definito come il rapporto tra l'energia in uscita e l'energia in ingresso:

$$\eta = \frac{E_{uscita}}{E_{ingresso}}$$

e quindi è un numero puro (adimensionale) compreso tra 0 e 1 (spesso il rendimento è espresso in percentuale), perché l'energia in uscita non può essere superiore a quella in ingresso .

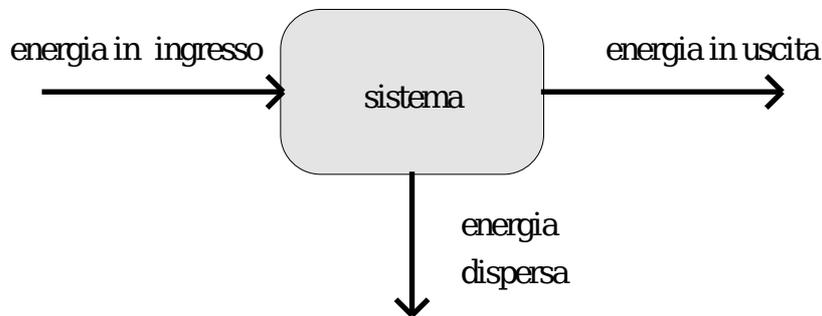


fig.6.12

6.5 Calore

Abbiamo già incontrato il concetto di temperatura, come grandezza che ci permette di rendere oggettive e misurabili le nostre sensazioni di caldo e freddo. Sappiamo anche che quando due corpi a temperature diverse sono posti a contatto reciproco finiranno per raggiungere una temperatura comune di equilibrio (equilibrio termico).

Da un punto di vista microscopico, ciò che due o più corpi si scambiano nella fase di raggiungimento dell'equilibrio termico, è energia (cinetica) delle molecole costituenti i corpi; macroscopicamente questa energia scambiata prende il nome di *calore*.

Il calore è connesso alle variazioni di temperatura dei corpi, ma la temperatura non è una misura del calore. Pur essendo il calore una forma di energia spesso si usa una unità di misura particolare per misurarlo:

caloria, cal (*kilocaloria*, kcal): calore necessario per aumentare di un grado centigrado la temperatura di una massa di 1 grammo (1 kilogrammo) di acqua.

Essendo un'unità di misura energetica, la caloria deve poter essere convertita in Joule. Si trova che (esperimento di Joule, vedi esperienza di laboratorio):

$$\begin{aligned}1 \text{ kcal} &= 4186 \text{ J} \\1 \text{ cal} &= 4,186 \text{ J}\end{aligned}$$

Dall'esperienza si osserva che la quantità di calore Q che deve essere fornita ad una massa m di una certa sostanza per farle compiere un salto termico ΔT (differenza tra la temperatura finale e quella iniziale) è proporzionale sia ad m che a ΔT :

$$Q = cm\Delta T = cm(T_f - T_i)$$

La costante di proporzionalità c che compare in questa relazione prende il nome di *calore specifico* e può essere pensato come il calore necessario per aumentare di un grado centigrado la temperatura di una massa unitaria (1 g o 1 kg) della sostanza.

E' chiaro allora che, da questa definizione e da quella di caloria, il calore specifico dell'acqua è:

$$c_{acqua} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ\text{C}} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

Il calore specifico è una grandezza che dipende fortemente dal tipo di sostanza considerata (vedi tabella in appendice).

La formula del calore scambiato è utile per la determinazione della temperatura di equilibrio tra due (o più) corpi e per la misura sperimentale del calore specifico di una data sostanza. Il calore Q risulta positivo se assorbito ($T_f > T_i$), negativo se ceduto ($T_f < T_i$), ma spesso risulta conveniente, confrontando il calore ceduto da un corpo e assorbito da un altro, considerarli in valore assoluto e scrivere le differenze di temperatura in modo tale che risultino comunque positive (vedi gli esempi nel seguito).

Consideriamo il caso di due masse d'acqua con temperature iniziali diverse che vengono miscelate (fig.6.13). A che temperatura si porterà il sistema?

Le masse raggiungono l'equilibrio termico scambiandosi calore, il quale fluisce da A a B (si suppone che il sistema sia isolato e che quindi non ci siano dispersioni di calore all'esterno): tutto il calore ceduto da A viene assorbito da B e ci aspettiamo che la temperatura di equilibrio T sia intermedia tra quelle di A e B.

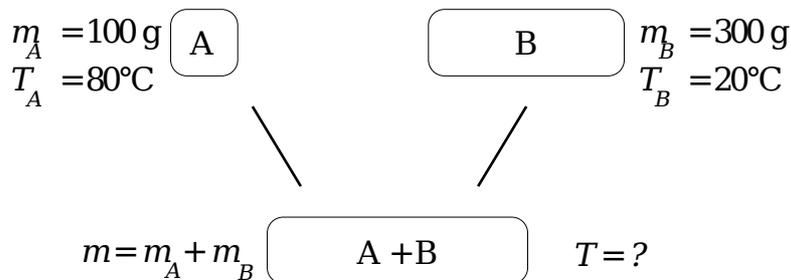


fig.6.13

Scrivendo le espressioni per i calori scambiati e uguagliandole otteniamo (notare che il salto termico di A è reso positivo):

$$Q_A = cm_A(T_A - T) \quad Q_B = cm_B(T - T_B)$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow cm_A(T_A - T) = cm_B(T - T_B)$$

Risolviendo l'equazione rispetto all'incognita T troviamo:

$$T = \frac{m_A T_A + m_B T_B}{m_A + m_B}$$

che nel nostro esempio vale $T = 35^\circ\text{C}$. La formula che esprime T è un esempio di media pesata di una grandezza, la temperatura, i cui pesi sono le masse. Questa media si riduce a quella aritmetica quando le masse sono eguali. Da notare che in questo caso il risultato è indipendente dal calore specifico.

Nel caso di masse di diversa natura il risultato è simile, ma con in più una dipendenza anche dai calori specifici delle due sostanze. Consideriamo ad esempio il caso di un oggetto metallico che viene immerso in acqua, come in fig.6.14.

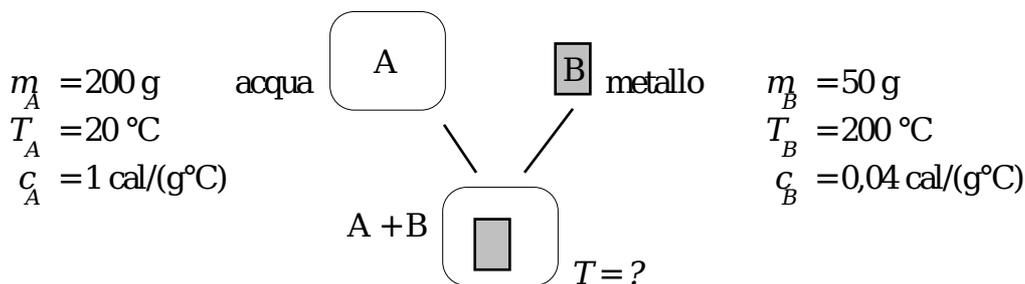


fig.6.14

Per determinare la temperatura di equilibrio finale a cui si porteranno le masse d'acqua e di metallo, isolate dall'ambiente esterno, basta eguagliare i calori (ceduto dal metallo e assorbito dall'acqua):

$$Q_A = c_A m_A (T - T_A) \quad Q_B = c_B m_B (T_B - T)$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow c_A m_A (T - T_A) = c_B m_B (T_B - T) .$$

Risolvendo l'equazione rispetto all'incognita T troviamo:

$$T = \frac{c_A m_A T_A + c_B m_B T_B}{c_A m_A + c_B m_B} ;$$

sostituendo i valori otteniamo una temperatura finale di 21,8 °C. Anche in questo caso la temperatura è una media pesata, in cui però i pesi sono le capacità termiche dei due corpi (capacità termica = calore specifico \times massa).

Questo esempio si presta a mostrare come può essere determinato sperimentalmente il calore specifico di un solido. Infatti, se misuriamo le temperature iniziali di acqua e oggetto e la temperatura finale di equilibrio, dall'equazione del bilancio dei calori scambiati:

$$c_A m_A (T - T_A) = c_B m_B (T_B - T)$$

possiamo ricavare, come misura indiretta, il valore del calore specifico del corpo B:

$$c_B = \frac{c_A m_A (T - T_A)}{m_B (T_B - T)} .$$

Esercizi Capitolo 6

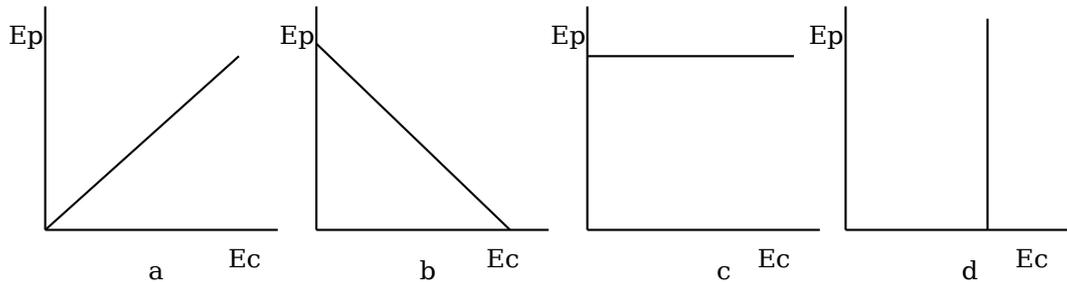
1. Come si esprime, in termini delle unità fondamentali, l'unità di misura del lavoro nel Sistema Internazionale?
[kg · m²/s²]
2. Calcola il lavoro che deve essere compiuto per sollevare una massa di 50 kg sulla sommità di un piano di lunghezza 100 m e inclinato di 30° sull'orizzontale.
[24500 J]
3. Con riferimento all'esercizio precedente calcola il lavoro compiuto dalla forza peso.
[-24500 J]
4. Durante il moto di un oggetto su un piano orizzontale, la forza di attrito compie un lavoro:
a - negativo
b - nullo
c - positivo
d - a volte positivo, a volte negativo
5. Un uomo trascina una cassa per 10 m a velocità costante su una superficie orizzontale, mediante una fune inclinata di 45°. La tensione della fune vale 200 N; che lavoro viene compiuto?
[1410 J]
6. Due corpi di massa m_1 ed $m_2 = 2m_1$ hanno la stessa energia cinetica. Che relazione sussiste tra le loro velocità ?
[$v_1 = \sqrt{2}v_2$]
7. Un pendolo, spostato lateralmente dalla sua posizione di equilibrio, viene sollevato fino all'altezza di 10 cm. Lasciato libero il pendolo comincia ad oscillare; che velocità massima raggiunge?
[1,4 m/s]
8. Un corpo avente la massa di 6 kg cade liberamente da una certa altezza e, a 15 m dal suolo, ha una velocità di 4 m/s. A quanto ammonta la sua energia totale?
[930 J]
9. Un corpo di massa 1 kg, cadendo da un'altezza di 10 m su una molla elastica di costante 10 N/cm, provoca una deformazione. Quanto vale quest'ultima?
[14 cm]
10. Una molla viene utilizzata per lanciare una pallina di 10 g lungo un piano inclinato; la costante elastica vale 20 N/cm e la compressione iniziale è di 4 cm. Con quale velocità

viene lanciata la pallina e quale altezza massima raggiunge sul piano inclinato?

[17,9 m/s; 16,3 m]

11. Quale dei seguenti grafici è associato al moto di un oggetto che cade da fermo da una certa altezza h ? (E_p = energia potenziale gravitazionale, E_c = energia cinetica)

[b]



12. Una forza di 100 N agisce su una massa spostandola orizzontalmente di 50 N in un tempo di 20 s. Quanto vale la potenza esercitata dalla forza?

[250 W]

13. Una massa di 0,5 kg è lanciata su un piano orizzontale che presenta attrito con una velocità iniziale di 15 m/s. La massa si ferma dopo aver percorso una distanza di 40 m. Quanto valgono la forza di attrito e la potenza ad essa associata?

[1,41 N; 10,6 W]

14. Un motore con un rendimento del 30% e della potenza d'uscita di 1,5 kW funziona per un'ora. Che energia consuma in questo intervallo di tempo?

[$1,8 \cdot 10^7$ J]

15. Quanta energia è necessaria per aumentare di 4 °C la temperatura di 12 g di acqua?

[48 cal]

16. Immaginando di convertire completamente energia meccanica in calore, quanti joule di energia sono necessari per innalzare di 2 °C la temperatura di una massa di ferro di 500 g?

[460 J]

17. Un calorimetro contiene 200 g di acqua alla temperatura di 20 C. Inserendo 50 g di ferro ($c = 0,12 \text{ kcal}/(\text{kg} \times ^\circ\text{C})$) alla temperatura di 150 C, che temperatura di equilibrio finale si ottiene?

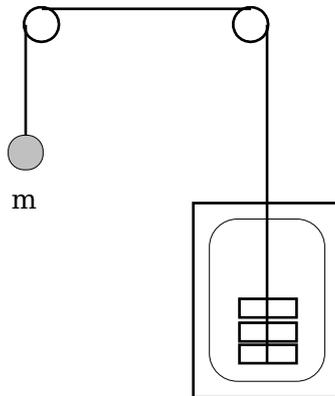
[23,8 °C]

18. Una caldaia, che ha un rendimento del 80%, deve riscaldare una massa d'acqua di 50 kg dalla temperatura di 15 °C a quella di 50 °C. Che energia deve assorbire la caldaia? Se questo processo avviene in 30 minuti a che potenza lavora la caldaia?

[9,16 MJ; 5,09 kW]

19. Si consideri il sistema in figura: la massa m di 20 kg scende di 10 m, mettendo in rotazione il mulinello nel vaso Dewar. Il vaso contiene 120 g di alcol etilico ($c = 0,58 \text{ kCal}/(^{\circ}\text{C}\times\text{kg})$), alla temperatura iniziale di 15°C . Quanto vale la sua temperatura finale?

[21,7 $^{\circ}\text{C}$]



20. Due masse d'acqua di 120 g e 80 g, la prima a 68°C e la seconda a 19°C , vengono mescolate. Si misura una temperatura di equilibrio di 44°C . Determina quanto calore è stato disperso durante il mescolamento.

[3,7 kJ]

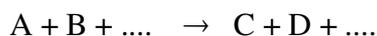
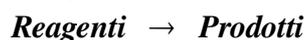
Capitolo 7

Trasformazioni chimiche

7.1 *Reazioni chimiche*

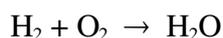
I processi chimici si distinguono da quelli fisici in quanto producono una modificazione della natura delle sostanze in gioco. Ad esempio il processo di formazione della ruggine su una superficie di ferro è un processo chimico, in quanto alcuni atomi di ferro si legano ad atomi di ossigeno producendo una nuova sostanza, un ossido di ferro.

In una reazione chimica il numero totale di atomi di ciascuna specie si conserva, ma gli atomi sono combinati in modo diverso rispetto alla situazione di partenza per poter dare origine a nuove sostanze. Una reazione chimica si può schematizzare nel modo seguente:

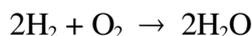


Alcune sostanze di partenza, i Reagenti, interagiscono tra loro per formare i Prodotti.

Ad esempio idrogeno ed ossigeno, entrambi normalmente presenti in natura sotto forma di molecole biatomiche, possono reagire formando acqua:



E' evidente però che nella trasformazione appena riportata c'è qualcosa che non va: il numero totale di atomi di ossigeno non torna. La reazione va perciò *bilanciata* in modo tale che il numero di atomi delle due specie presenti nei prodotti e nei reagenti sia lo stesso; il modo più semplice per fare ciò è:



*due molecole di idrogeno reagiscono con una molecola di ossigeno
per dare due molecole d'acqua;*

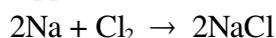
in realtà, dato il significato di mole, nella frase appena riportata il termine molecola può essere benissimo sostituito dal termine mole.

I coefficienti numerici introdotti per il bilanciamento prendono il nome di *coefficienti stechiometrici* e la formula ottenuta prende il nome di formula *minima* perché sono stati

utilizzati i coefficienti interi più piccoli possibile.

Esempio 1

Il sale da cucina NaCl è composto da sodio (Na) e cloro (Cl); il primo è monoatomico mentre il secondo è biatomico. La formula che rappresenta la reazione è perciò:



Supponendo di voler combinare 10 g di sodio (peso atomico 23 g/mol) ci chiediamo quanto cloro (peso atomico 35,5 g/mol) è necessario.

Soluzione

Il numero di moli di sodio presenti è $n_{\text{Na}} = \frac{10\text{g}}{23\text{g/mol}} = \frac{10}{23}\text{mol}$. Dalla formula di reazione si vede che due moli di sodio si associano a una mole di cloro biatomico, e quindi le moli di quest'ultimo si possono trovare impostando una semplice proporzione: $2 : 1 = \frac{10}{23}\text{mol} : n_{\text{Cl}_2}$

perciò $n_{\text{Cl}_2} = 5/23 \text{ mol}$ e

$$m_{\text{Cl}_2} = n_{\text{Cl}_2} \cdot \text{PM}(\text{Cl}_2) = 5/23 \text{ mol} \cdot 71 \text{ g/mol} = 15,4 \text{ g}.$$

Ancora nel 18° secolo il chimico francese Lavoisier enunciò la legge che porta il suo nome: *in tutte le trasformazioni chimiche la somma delle masse dei reagenti è uguale alla somma delle masse dei prodotti*. Tale legge non è altro che l'estensione del principio di conservazione della massa anche nelle reazioni chimiche.

Le reazioni nelle quali si scinde un composto nei suoi elementi consentono di studiare la composizione del composto e di conoscere la quantità di ciascun elemento presente. Proust formulò la legge delle proporzioni definite: *quando due o più elementi reagiscono per formare un determinato composto, si combinano sempre secondo proporzioni di massa definite e costanti*.

Ad esempio, facendo reagire 1,0 g di Fe e 1,1 g di S si ottengono 2,1 g di disolfuro di ferro; se si parte da 2,0 g di Fe occorrono 2,2 g di S per ottenere 4,2 g di disolfuro: quindi il ferro e lo zolfo si combinano nella proporzione di 1,0:1,1.

A partire dalle proporzioni in massa si possono ricavare anche le proporzioni tra le moli, in modo da determinare la formula minima del composto, come illustrato nell'esempio seguente.

Esempio 2

100 g di una sostanza vengono scomposti negli elementi costituenti ottenendo: 32,4 g di Na, 22,6 g di S, 45,0 g di O. Si deve determinare la formula chimica della sostanza.

Soluzione

Si determina il numero di moli di ogni elemento dividendo le quantità in grammi per il rispettivo peso atomico; i rapporti tra tali numeri sono anche i rapporti tra i numeri di atomi di specie diversa che compongono la molecola della sostanza:

$$\text{per il sodio Na: } 32,4 \text{ g}/(23 \text{ g/mol}) = 1,4 \text{ mol};$$

$$\text{per lo zolfo S: } 22,6 \text{ g}/(32 \text{ g/mol}) = 0,7 \text{ mol};$$

$$\text{per l'ossigeno O: } 45 \text{ g}/(16 \text{ g/mol}) = 2,8 \text{ mol}.$$

Dato che:

$$1,4 : 0,7 : 2,8 = 2 : 1 : 4$$

la formula chimica della sostanza è: Na_2SO_4 .

Esempio 3

Il volume molare dei gas

Consideriamo la densità di alcuni aeriformi (vedi tabelle iniziali). I valori sono riferiti alle condizioni standard di temperatura (0°C) e di pressione (1 atm). Che cosa osserviamo? La densità dell'azoto (N_2) risulta 14 volte la densità dell'idrogeno (H_2); la densità dell'elio (He) risulta 2 volte la densità dell'idrogeno; ecc. Per i gas con molecola monoatomica (come He, Ne) dunque vale la relazione

$$\delta_{\text{gas}} = \text{PM} \delta_{\text{idrog}}$$

dove PM rappresenta il peso molecolare, mentre per gli altri gas (eccetto l'aria, che è una miscela di gas) otteniamo

$$\delta_{\text{gas}} = (\text{PM}/2) \delta_{\text{idrog}}$$

Come possiamo semplificare questa formula? Esprimiamo la densità δ come rapporto massa/volume, dove la massa, misurata in grammi, è il prodotto della massa in moli per il peso molecolare; ne segue che

$$\text{moli}_{\text{gas}}/\text{volume} = \delta_{\text{idrog}}/2$$

Questa espressione è molto importante: indica che la densità molare di un gas in condizioni standard è una costante. Come possiamo calcolare la costante? Esprimiamo la densità dell'idrogeno in grammi/litro, ottenendo

$$\text{moli}_{\text{gas}}/\text{volume} = 0,045 \text{ mol/litro.}$$

Questo risultato permette di determinare il volume occupato da una mole di un gas. Possiamo calcolarlo semplicemente come il reciproco di 0,045; il volume molare risulta quindi 22,3 litri. Con considerazioni più approfondite si perviene ad un risultato più preciso. Ne segue che 22,3 litri di un gas in condizioni standard contengono un numero di Avogadro di molecole. Vi sono numerosi esperimenti svolti nella prima metà del 1800 che confermano questo risultato; per esempio, se facciamo reagire 22,3 litri di ossigeno gassoso con 44,6 litri di idrogeno gassoso, otteniamo 44,6 litri di acqua; se facciamo reagire 22,3 litri di ossigeno gassoso con 22,3 litri di azoto gassoso otteniamo 44,6 litri di ossido di azoto.

Prendiamo adesso in considerazione l'aria, che possiamo ipotizzare costituita da una miscela di azoto e ossigeno. Che senso ha il valore del peso molecolare dell'aria ricavato invertendo la formula precedente?

$$\text{PM}_{\text{aria}} = 2 \delta_{\text{aria}} / \delta_{\text{idrog}} = 29 \text{ g/mol}$$

7.2 Energia e reazioni

Ogni corpo possiede una propria *energia interna*, somma delle energie cinetiche delle particelle costituenti e delle energie potenziali associate alle loro interazioni.

Le reazioni chimiche avvengono generalmente in modo tale che le sostanze coinvolte possono scambiare calore e lavoro con l'ambiente esterno.

Le reazioni che liberano calore verso l'ambiente sono dette *esotermiche*. In queste si ha una diminuzione dell'energia interna complessiva delle sostanze.

Le reazioni che assorbono calore dall'ambiente sono dette *endotermiche*. In queste si ha un aumento dell'energia interna complessiva delle sostanze.

Ogni reazione è caratterizzata da una cosiddetta *energia di attivazione*, cioè dell'energia necessaria a dissociare gli atomi delle molecole reagenti, prima che queste si combinino per formare i prodotti.

Uno schema riassuntivo delle dinamiche energetiche descritte è mostrato in fig.7.1.

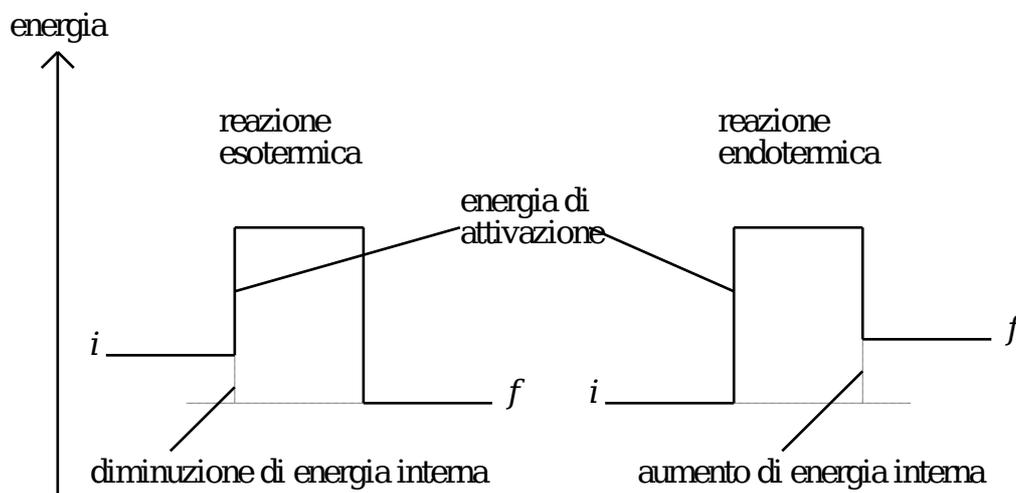


fig.7.1

Dato che la maggior parte delle reazioni avviene in laboratorio a pressione costante (quella atmosferica) è utile definire una grandezza, l'*entalpia*, la cui variazione ΔH è pari al calore scambiato tra il sistema e l'ambiente durante una reazione a pressione costante; è una quantità caratteristica della reazione e in quanto calore si misura in joule. Più precisamente la variazione di entalpia può essere definita come la variazione di energia interna tra gli stati finale ed iniziale: $\Delta H = E_f - E_i$.

Una reazione esotermica è caratterizzata da una variazione di entalpia ΔH negativa (il sistema cede calore all'ambiente e l'energia interna finale è minore di quella iniziale); una reazione endotermica è caratterizzata invece da una ΔH positiva.

Nel caso della sintesi dell'acqua già citata si può immaginare un processo del tipo:

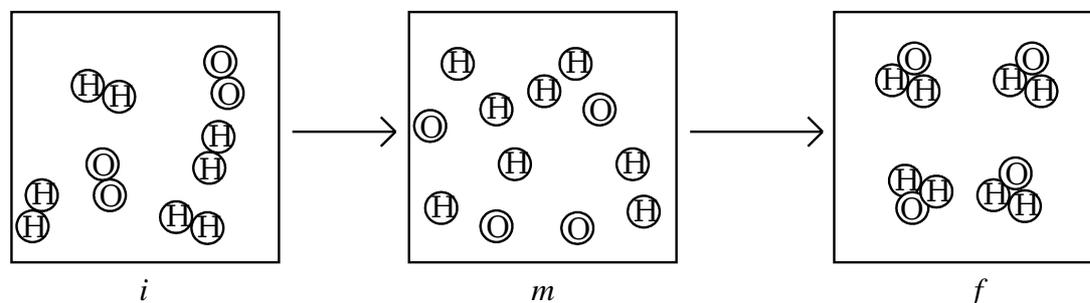


fig.7.2

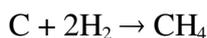
le molecole di idrogeno e ossigeno dello stato iniziale *i* vengono scisse, mediante l'intervento di

una fonte energetica esterna; si ottiene così lo stato intermedio m che però non è stabile ed evolve, liberando energia, nello stato finale f . In questo caso l'energia liberata è maggiore di quella assorbita e quindi nel complesso il processo è di tipo esotermico. Per rappresentare in modo completo la reazione chimica si deve considerare anche il valore dell'entalpia di reazione. Nel caso in cui due moli di idrogeno reagiscono con una mole di ossigeno si formano due moli d'acqua e vengono liberati 481 kJ di calore; si scrive perciò:



e l'entalpia di reazione vale $\Delta H = -481 \text{ kJ}$. Questo valore si riferisce alla reazione così come è scritta, con i coefficienti stechiometrici relativi al numero di moli: due moli di idrogeno biatomico reagiscono con una mole di ossigeno biatomico per dare due moli d'acqua e liberare un'energia di 481 kJ.

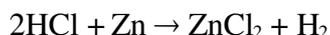
L'*entalpia di formazione standard* di un composto è uguale all'entalpia della reazione di sintesi che dà come prodotto una mole del composto a partire dagli elementi che lo costituiscono, alla pressione di 1 bar. Ad esempio, il metano (gassoso) è frutto della reazione tra carbonio (solido) e idrogeno (gassoso), secondo la reazione:



L'entalpia di formazione standard del metano è pari a -75 kJ/mol , negativa perché si tratta di una reazione esotermica. Nell'esempio precedente della sintesi dell'acqua l'entalpia di formazione standard è metà dell'entalpia di reazione, perché bisogna considerare il fatto che si ottengono due moli d'acqua.

I valori di entalpia associati ad alcune comuni reazioni sono riportati nelle tabelle iniziali.

La velocità di una certa reazione è determinabile sperimentalmente misurando come varia nel tempo una qualunque proprietà dei reagenti e dei prodotti. Consideriamo la reazione tra acido cloridrico e zinco, oggetto di studio anche in laboratorio:



In una soluzione di acido cloridrico viene immerso dello zinco allo stato solido: si libera allora idrogeno gassoso e rimane in soluzione cloruro di zinco. Se si riesce a raccogliere e misurare il volume di idrogeno sviluppato si ha a disposizione una grandezza che si presta a definire una velocità di reazione.

Il volume di gas sviluppato durante la reazione ha all'incirca un andamento nel tempo del tipo mostrato in figura 7.3.

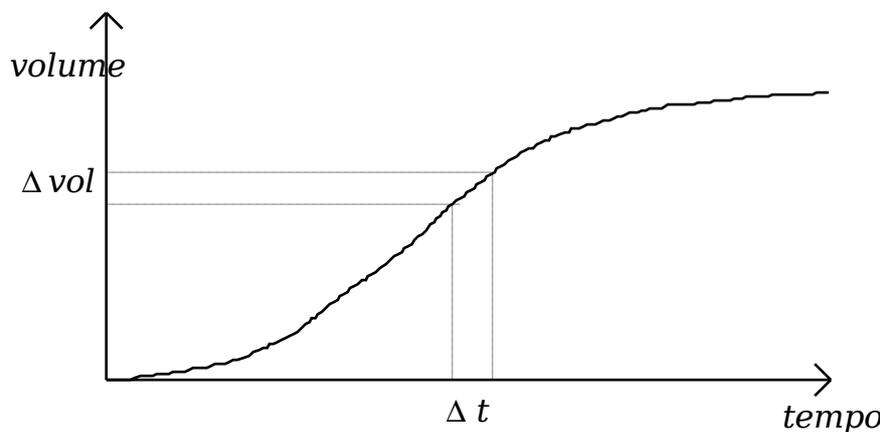


fig.7.3

Sempre in riferimento alla fig.7.3 la velocità media di reazione in un intervallo di tempo Δt è definita come il rapporto tra il volume sviluppato nel tempo Δt e l'intervallo Δt stesso:

$$\text{velocità di reazione} = \frac{\text{volume gas}}{\text{tempo}} = \frac{\Delta \text{vol}}{\Delta t}$$

La velocità di reazione ha in questo caso come unità di misura [volume/tempo] = cm^3/s . Come in cinematica si può distinguere una velocità media da una velocità istantanea, intesa come limite della velocità media su un intervallo di tempo tendente a zero. Durante una reazione chimica la velocità non è costante: in genere è più elevata all'inizio e più bassa verso la fine della reazione.

I fattori che influiscono sulla velocità di reazione sono fondamentalmente:

- natura dei reagenti
- concentrazione dei reagenti
- temperatura del sistema
- presenza di catalizzatori

La dipendenza dalla temperatura è giustificata dal fatto che l'agitazione termica delle molecole favorisce la rottura dei legami dei reagenti abbassando la soglia dell'energia di attivazione.

Un *catalizzatore* è una sostanza in grado di far variare la velocità di una reazione senza tuttavia venire consumata nella reazione stessa. Ad esempio la sintesi dell'acqua da idrogeno e ossigeno è catalizzata da platino metallico. Nella marmitta catalitica delle automobili metalli nobili e costosi come il platino, il rodio e il palladio sono utilizzati per favorire l'eliminazione degli ossidi di azoto, del monossido di carbonio (CO) e del combustibile non bruciato (ottano, C_8H_{18}) dai gas di scarico delle automobili, riducendo così drasticamente l'inquinamento ambientale.

7.3 Classificazione degli elementi

La maggior parte degli elementi è stata scoperta nell'arco di un centinaio d'anni a partire dai primi dell'ottocento e l'esigenza di mettere ordine fra tutte le conoscenze acquisite portò

all'elaborazione della *tavola periodica degli elementi*, proposta nel 1869 dal chimico russo Mendeleev (vedi appendice). Alcuni elementi che reagiscono chimicamente in modo simile furono raggruppati nei cosiddetti *gruppi*, ognuno dei quali è caratterizzato da una specifica reattività.

Uno dei progressi più significativi della chimica fu il riconoscimento dell'andamento periodico delle proprietà degli elementi. Un evento si dice *periodico* quando si ripete in modo costante dopo un certo intervallo di tempo o dopo una data distanza nello spazio. Il fatto fondamentale alla base della costruzione della tavola di Mendeleev fu il riconoscimento che le proprietà chimiche degli elementi hanno un andamento periodico, proprio perché si ripetono dopo un certo intervallo nella sequenza degli elementi ordinata in base al numero atomico.

Ad esempio fluoro, cloro, bromo e iodio da una parte, litio, sodio, potassio e rubidio dall'altra appartengono a due gruppi chimici diversi: i primi alla famiglia degli alogeni, i secondi alla famiglia dei metalli alcalini.

La tavola periodica contiene 18 colonne verticali, che costituiscono altrettanti gruppi e 7 righe orizzontali, chiamate periodi. Ogni gruppo comprende gli elementi dotati di reattività simile, mentre lungo un periodo le proprietà variano in modo graduale.

L'ultimo gruppo sulla destra è quello dei gas nobili, così chiamati perché chimicamente inerti, cioè incapaci di formare composti con gli altri elementi.

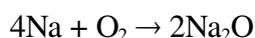
La tavola può essere anche suddivisa, secondo una linea che va dal boro B all'astato At, in base alle caratteristiche metalliche o meno degli elementi. A sinistra della linea abbiamo i metalli, a destra i non metalli; gli elementi a ridosso della linea, come il silicio e il germanio, sono i semimetalli.

7.4 *Acidi, basi, sali*

I composti binari dell'ossigeno con un metallo si dicono ossidi basici o semplicemente ossidi:



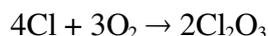
Ad esempio sodio ed ossigeno si combinano per dare ossido di sodio:



I composti binari dell'ossigeno con un non metallo si dicono ossidi acidi o anidridi:



Ad esempio cloro ed ossigeno si combinano per dare anidride clorosa:



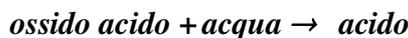
I composti che risultano da ossidi basici e acqua danno luogo a idrossidi o basi:



Ad esempio ossido di sodio e acqua danno idrossido di sodio:



I composti che risultano da ossidi acidi e acqua danno luogo a acidi:



Anidride carbonica e acqua danno acido carbonico:



Quelli appena mostrati non sono però gli unici modi per formare idrossidi e acidi. Più in generale, secondo la teoria di Brønsted-Lowry (1923):

ogni specie molecolare o ionica capace di cedere uno ione idrogeno

*H (un protone) è un **acido**;*

*una specie capace di ricevere e legare a sé uno ione idrogeno è una **base**.*

Le caratteristiche principali di acidi e basi sono mostrati in tabella:

Acidi	Basi
colorano in rosso la cartina di tornasole	colorano in blu la cartina di tornasole
hanno sapore aspro	hanno sapore amaro
hanno effetti corrosivi sull'epidermide	hanno spesso effetti corrosivi sull' epidermide
danno soluzioni elettrolitiche	danno soluzioni elettrolitiche
disciolgono i metalli non nobili con sviluppo di idrogeno	si presentano viscide al tatto
neutralizzano una soluzione basica	neutralizzano una soluzione acida

L'aceto, lo yogurt e il succo di limone sono sostanze che chiamiamo acidi perché ne percepiamo il sapore agro. Acqua saponata o con un po' di bicarbonato di sodio ha un sapore amarognolo, tipico delle sostanze basiche. Evidentemente non è possibile assaggiare tutte le sostanze per valutarne l'acidità o la basicità, anche perché molte di esse sono tossiche o velenose. Inoltre il sapore non è un criterio di classificazione sufficientemente oggettivo.

Per determinare le proprietà acide o basiche di un certo prodotto si usano particolari sostanze coloranti (indicatori) che cambiano colore a seconda dell'acidità o della basicità delle soluzioni con cui vengono a contatto.

La grandezza che esprime in modo quantitativo l'acidità o la basicità di una soluzione è il pH, che varia da 0 a 14:

pH = 0 significa massima acidità

soluzione HCl 1M

pH = 14 significa massima basicità

soluzione NaOH 1M

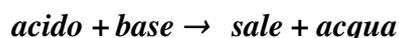
il pH = 7 è caratteristico di sostanze neutre come l'acqua distillata, che non è né acida né basica.

Ad ogni colore dell'indicatore universale corrisponde un determinato valore di pH.

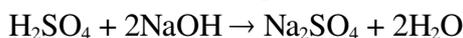
I composti che presentano proprietà acide si possono classificare in:

- ossiacidi, composti ternari che contengono idrogeno, ossigeno e non metallo (esempio acido solforico H₂SO₄);
- idracidi, composti binari che contengono idrogeno e non metallo (esempio acido cloridrico HCl).

Quando un acido e una base reagiscono si forma un *sale*:



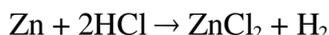
L'acido solforico reagisce con l'idrossido di sodio per dare solfato di sodio e acqua:



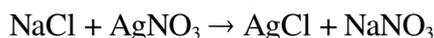
Questo tipo di reazione prende il nome di reazione di *neutralizzazione*, perché le proprietà acide di una sostanza vengono annullate da quelle basiche dell'altra.

Un sale risulta sempre costituito da una parte metallica e da una non metallica, chiamata *radicale acido*. Per esempio i sali Na₂SO₄ (solfato di sodio) e ZnCl₂ (cloruro di zinco) sono costituiti dai metalli Na e Zn (sodio e zinco) e dai radicali acidi SO₄ e Cl. I sali pertanto si possono considerare composti derivati dagli acidi per sostituzione completa o parziale degli atomi di idrogeno con atomi di un metallo.

Un sale però si può anche formare da una reazione tra un metallo e un acido:



o da una reazione tra due sali che si scambiano la parte metallica:



La maggior parte delle rocce della Terra è costituita da sali (silicati, carbonati, solfati,...), che sono quasi tutti solidi a temperatura ambiente e a livello microscopico si presentano sotto forma di cristalli.

Esercizi Capitolo 7

Esercizio svolto

Si deve realizzare un litro di soluzione 0,5M di acido cloridrico HCl avendo a disposizione acido puro.

Soluzione

In un litro di soluzione deve essere presente mezza mole di HCl, il cui peso molecolare vale $1 + 35,5 = 36,5$ g/mol. Si preleva quindi una massa di acido pari a $36,5/2 = 18,25$ g, lo si inserisce in un recipiente graduato e si aggiunge acqua pura fino a raggiungere il volume complessivo di un litro.

1. Una soluzione in acqua di 100 g di cloruro di sodio (NaCl) occupa un volume di 400 cm^3 . Determina la molarità della soluzione.
[4,3 M]
2. Disponendo di 80 g di acido fosforico H_3PO_4 puro (densità $2,5 \text{ g/cm}^3$), quanta acqua si deve aggiungere per realizzare una soluzione 1 M ?
[788 cm^3]
3. Quanti grammi di cloruro di sodio sono contenuti in 1 litro di una soluzione 0,5 M?
[29,25 g]
4. Quanti protoni sono contenuti negli 80 g di acido del quesito precedente?
[$2,47 \cdot 10^{25}$]
5. Sei sulla riva del mare e vuoi renderti conto della 'grandezza' del numero di Avogadro. Che lunghezza avrebbe il lato di un cubo contenente un numero di Avogadro di granellini di sabbia (volume di 1 granellino, supposto di forma cubica = $0,1 \text{ mm}^3$)?
[circa 39 km]
6. Calcola la molarità di una soluzione che contiene 20 g di alcol etilico ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) per litro di soluzione.
[0,435 M]
7. Gli elementi azoto (N) e idrogeno (H) si presentano entrambi in natura sotto forma di gas biatomico. Essi si possono combinare per formare ammoniaca: NH_3 . Scrivi la reazione chimica bilanciata che porta alla formazione dell'ammoniaca a partire da idrogeno e azoto.
8. Con riferimento al quesito precedente, nell'ipotesi di produrre 100 g di ammoniaca, quanti grammi di azoto e di idrogeno erano inizialmente presenti ?

[H: 17,6 g; N: 82,4 g]

9. Quando il magnesio brucia in atmosfera di ossigeno, 15,2 g di esso si combinano con 10,0 g di ossigeno. Quanti grammi di ossigeno sono necessari per reagire con 19,0 g di magnesio?
[12,5 g]
10. Quanta acqua si forma facendo reagire 1 g di idrogeno con 1 g di ossigeno?
[1,125 g]
11. Qual è la composizione percentuale del carbonato di calcio CaCO_3 ?
[40% Ca, 12% C, 48% O]
12. Scomponendo una certa quantità di sale abbiamo ottenuto 1,39 g di cobalto (Co), 5,98 g di iodio (I) e 2,26 g di ossigeno. Trova la formula chimica del sale.
[CoI_2O_6]
13. Quanto ferro si può ottenere al massimo da una tonnellata del minerale Fe_2O_3 (ematite).
[700 kg]
14. Scomponendo una certa quantità di sale si ottengono 60 g di Ca, 18 g di C e 72 g di O. Determina la formula chimica del sale.
[CaCO_3]
15. Bilancia, ove occorra, le seguenti reazioni:
- | | | | |
|---|--|---|--|
| a | $\text{Mg} + \text{O}_2 \rightarrow \text{MgO}$ | f | $\text{Fe} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{FeCl}_2$ |
| b | $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$ | g | $\text{C}_2\text{H}_6 + \text{O}_2 \rightarrow \text{C}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$ |
| c | $\text{Fe} + \text{O}_2 \rightarrow \text{Fe}_2\text{O}_3$ | h | $\text{P}_2\text{O}_5 + \text{Al}(\text{OH})_3 \rightarrow \text{AlPO}_4 + \text{H}_2\text{O}$ |
| d | $\text{Mg} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{MgCl}_2$ | i | $\text{NaCl} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{HCl} + \text{Na}_2\text{SO}_4$ |
| e | $\text{Na} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{NaCl}$ | j | $\text{C}_6\text{H}_6 + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$ |
16. Bilancia la seguente reazione:
$$\text{KBr} + \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{MnO}_2 \rightarrow \text{KHSO}_4 + \text{MnSO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{Br}_2$$
17. Supponendo che i dati riportati nella tabella sottostante si riferiscano alla reazione tra acido cloridico e zinco esaminata in laboratorio, sapresti, ispirandoti alla cinematica, calcolare una sorta di accelerazione media della reazione?

tempo (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
volume (ml)	0,0	0,3	0,8	1,5	2,4	3,5	4,8	6,3	8,0	9,9

18. L'entalpia di reazione nella formazione dell'ammoniaca, secondo la reazione $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$, vale $\Delta H = -11,04$ kcal; quanto calore sarà sviluppato per produrne 100 g?
[32,4 kcal]
19. 150 g di $CaCO_3$ si decompongono secondo la reazione:
 $CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$
assorbendo 63,75 kcal di calore. Calcola l'entalpia di reazione.
[+42,5 kcal]
20. Con riferimento alla domanda precedente, quante molecole di anidride carbonica si ottengono dalla reazione?
[9 · 10²³]
21. Dato che l'entalpia di formazione standard di HCl vale -92,30 kJ/mol, calcola la variazione di entalpia associata alla sintesi di 100 g di HCl.
[-253 kJ]
22. Dopo aver bilanciato la reazione:
 $Ba(OH)_2 + H_3PO_4 \rightarrow Ba_3(PO_4)_2 + H_2O$
determina il volume di una soluzione di idrossido di bario 1,2 M necessaria per reagire completamente con 800 cm³ di acido fosforico 0,9 M.
[900 cm³]
23. Determina quante moli di acido solforico sono neutralizzate da 0,5 moli di idrossido di sodio.
[0,25 mol]
24. Dopo aver bilanciato la seguente reazione
 $BaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow BaSO_4 + NaCl$
determinare quanti cm³ di soluzione 0,5 M di Na_2SO_4 sono necessari per far reagire completamente 104 g di $BaCl_2$.
[1000 cm³]
25. Con riferimento alla domanda precedente, quante molecole di cloruro di sodio si ottengono dalla reazione?
[6 · 10²³]

Capitolo 8

Fenomeni elettrici

8.1 Cariche e forza elettrica

Abbiamo già visto nel cap.2 che le particelle costituenti la materia presentano, oltre alla massa, un'altra caratteristica importante e cioè la carica elettrica. A differenza della massa questa presenta una natura duale, cioè esistono in natura due tipi di carica, convenzionalmente dette *positiva* e *negativa*, oltre allo stato *neutro* cioè di assenza di carica. Arriviamo a queste conclusioni osservando che l'interazione elettrica tra particelle può essere o assente (se le particelle sono neutre) o *attrattiva* (se le particelle portano carica di segno opposto) o *repulsiva* (se le particelle hanno la stessa carica) (vedi fig.8.1).

Anche per la carica elettrica, come per la massa e l'energia, vale un *principio di conservazione*: in un sistema isolato, qualunque siano i fenomeni che in esso hanno luogo, la somma algebrica delle cariche elettriche in esso contenute si mantiene costante.

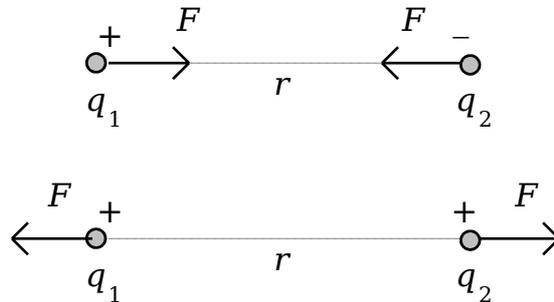


fig.8.1

La forza elettrica tra due cariche, data dalla *legge di Coulomb*, risulta direttamente proporzionale ad entrambe le cariche ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Ricordiamo che l'unità di misura della carica nel Sistema Internazionale è il Coulomb (C) e la costante di proporzionalità K ha il valore di $9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

8.2 Campo elettrico e differenza di potenziale

La forza che si esercita tra due corpi carichi è una forza a distanza, allo stesso modo di quella gravitazionale. Essa si manifesta anche quando non vi è alcuna connessione materiale tra i corpi che interagiscono.

Può suscitare qualche perplessità il fatto che una carica faccia sentire il suo effetto molto lontano, attraverso lo spazio, anche quando questo è vuoto. In effetti un corpo carico modifica le proprietà dello spazio intorno a sé, nel senso che ora lo spazio diventa sede di forze elettriche, mentre prima non lo era: si dice che la carica genera nello spazio circostante un *campo elettrico*. Operativamente si dice che una regione spaziale è sede di un campo elettrico se, prendendo una carica di prova e ponendola in un qualsiasi punto di questa regione, si osserva che essa è soggetta a una forza elettrica.

Il concetto di campo elettrico viene precisato quantitativamente definendo in ogni punto dello spazio un *vettore campo elettrico* E : se in un punto P poniamo una carica di prova q e misuriamo la forza F che questa subisce, definiamo il campo elettrico nel punto P come:

$$E = \frac{F}{q}$$

L'unità di misura del campo elettrico nel S.I. è allora N/C.

Il valore del campo è del tutto indipendente dal valore della carica di prova che si usa per definirlo. In generale il valore del campo dipende solo dalle cariche che lo generano e dal punto in cui lo si considera, come risulta anche dagli esempi che seguono.

Consideriamo il campo generato da una carica Q positiva ad una distanza r dalla carica stessa: poniamo una carica di prova q positiva, la quale risentirà di una forza F in direzione radiale. Il campo E risulta nella stessa direzione della forza e con verso uscente rispetto alla carica Q (fig.8.2).

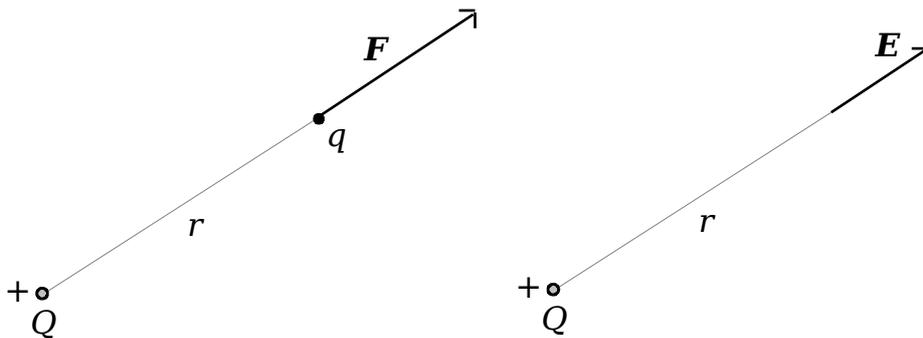


fig.8.2

Il valore del campo è allora:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{q} k \frac{Qq}{r^2} = k \frac{Q}{r^2}$$

Come si vede E è indipendente dalla carica di prova. Se la carica Q fosse negativa il campo risulterebbe di verso opposto.

Un dipolo elettrico è costituito da due cariche uguali di segno opposto. Il campo generato da un dipolo può essere determinato come sovrapposizione (vettoriale) dei campi generati dalle due singole cariche (fig.8.3).

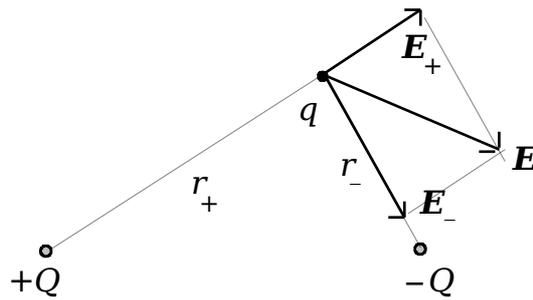


fig.8.3

Dopo aver calcolato i campi creati nel punto considerato dalle due cariche:

$$E_+ = k \frac{Q}{r_+^2} \qquad E_- = k \frac{Q}{r_-^2}$$

il campo totale risulta $E = E_+ + E_-$ e la sua intensità deve essere trovata ricorrendo alla somma vettoriale dei due vettori.

Dalla definizione di campo si ricava inoltre l'importante relazione:

$$F = q E$$

utile per calcolare la forza esercitata dal campo su una qualsiasi carica che si trova in esso.

Per visualizzare il campo generato da un insieme di cariche conviene introdurre il concetto di *linea di campo*: linea astratta dello spazio che in ogni suo punto è tangente al vettore campo elettrico in quel punto (fig.8.4). Il verso della linea di campo coincide con il verso del vettore campo.

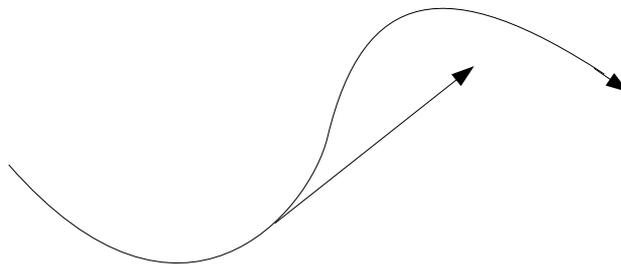


fig.8.4

Le linee di campo non corrispondono a qualcosa di esistente nel mondo reale, ma sono solo un'efficace rappresentazione di come il campo varia in una data regione.

Ad esempio, le linee di forza del campo generato da una carica puntiforme sono linee radiali uscenti dalla carica (fig.8.5a).

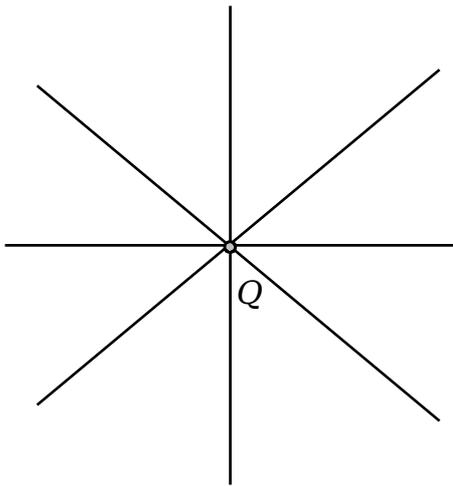


fig.8.5a

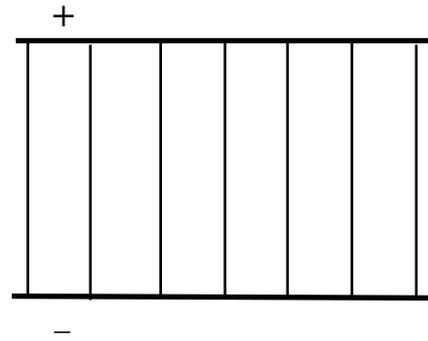


fig.8.5b

Un'importante configurazione di cariche elettriche è costituita da due superfici piane affacciate, una con cariche positive e l'altra con cariche negative; tale sistema è rilevante perché dà luogo ad un campo elettrico uniforme, un campo cioè uguale (in senso vettoriale) in ogni punto dello spazio (tra le due superfici). Le linee di forza di tale campo sono allora linee rette che vanno dalla superficie positiva a quella negativa (fig.8.5b).

Un campo elettrico può essere anche caratterizzato da un'altra grandezza fisica molto importante, la *differenza di potenziale*, che esprime sostanzialmente l'energia di cui necessitano le cariche elettriche per spostarsi tra due punti nel campo.

La differenza di potenziale (d.d.p.) ΔV_{AB} tra due punti A e B di un campo elettrico è così definita: l'opposto del lavoro L_{AB} compiuto dalla forza del campo su una carica q quando questa si sposta dal punto A al punto B, diviso per la carica stessa, cioè:

$$\Delta V_{AB} = -\frac{L_{AB}}{q}$$

Questa grandezza si misura in Volt = $\frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}}$ $V = \frac{J}{C}$.

La possibilità di tale definizione di d.d.p. dipende dal fatto che il lavoro L_{AB} è indipendente dal percorso che viene seguito e dipende solamente dai due punti A e B.

Nel caso del campo uniforme, con riferimento alla fig.8.6, supponiamo di voler calcolare la d.d.p. tra i punti A e B: consideriamo allora una carica q positiva, inizialmente in A, che sotto l'azione anche di forze esterne si sposta in B (vettore s). All'interno del campo la carica è comunque soggetta alla forza elettrica F ed è solo il lavoro di questa che entra nel calcolo della d.d.p.

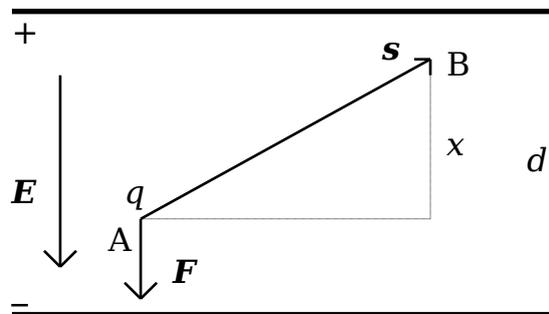


fig.8.6

Risulta allora: $\Delta V_{AB} = -\frac{L_{AB}}{q} = -\frac{F \cdot s}{q} = \frac{qEx}{q} = Ex$. La d.d.p. dipende cioè solo dalla componente della distanza tra i due punti lungo la direzione del campo.

Come caso limite la d.d.p. tra un punto A sulla piastra negativa ed un punto B su quella positiva vale allora $V = E d$.

Se tra due punti esiste una differenza di potenziale elettrico vuol dire che in quella zona c'è un campo in grado di compiere del lavoro: il numero di volt ci dice quanto lavoro il campo ha la capacità di compiere per unità di carica. Che cosa significa dire che tra i poli di una pila c'è la d.d.p. di 4,5 V? Se connettiamo questi due punti con un filo conduttore le forze elettriche del campo sono in grado di fare un lavoro di 4,5 J quando passa una carica di 1 C (oppure di 1,5 J quando passa 1/3 C).

Una carica positiva tende sempre a passare da un punto a potenziale più alto ad un altro a potenziale più basso; una carica negativa ha il comportamento opposto.

8.3 Corrente elettrica

Semplici esperimenti di elettrologia in laboratorio con vari corpi strofinati, mostrano la differenza tra materiali *conduttori* e materiali *isolanti*. Il vetro, le ceramiche e la maggior parte delle materie plastiche sono ottimi isolanti, mentre i metalli sono ottimi conduttori.

Nei conduttori vi sono particelle cariche di elettricità che sono libere di muoversi: esse sono dette *portatori di carica*. Nei conduttori metallici i portatori di carica sono alcuni degli elettroni che costituiscono gli atomi. Essi possono spostarsi liberamente all'interno della struttura cristallina del metallo e sono detti *elettroni di conduzione*. Invece nei conduttori liquidi e gassosi i portatori di carica sono ioni, cioè atomi o molecole che hanno perso o acquisito elettroni alcuni dei quali sono carichi positivamente (*cationi*) altri negativamente (*anioni*).

In un isolante gli elettroni sono molto legati ai nuclei e difficilmente se ne allontanano.

Esistono anche corpi che hanno proprietà intermedie e sono i *semiconduttori*.

Un conduttore è attraversato da una *corrente elettrica* quanto al suo interno vi è una migrazione di particelle cariche. In un metallo questa migrazione consiste nello spostamento degli elettroni di conduzione.

Affinché vi sia una corrente elettrica è necessario che all'interno del conduttore siano in azione delle forze elettriche, in grado di far muovere le cariche (fig.8.7). Ciò significa che nel

conduttore vi è un 'dislivello elettrico', cioè una differenza di potenziale; si può quindi affermare che la corrente elettrica nasce dall'applicazione di una differenza di potenziale.

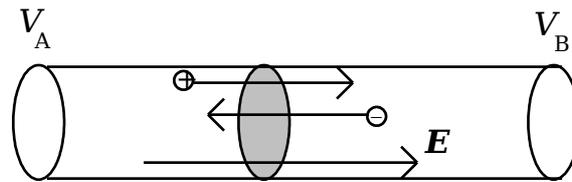


fig.8.7

Si definisce intensità di corrente elettrica i il rapporto tra la quantità di carica ΔQ , che attraversa la sezione trasversale di un conduttore in un intervallo di tempo Δt , e questo stesso intervallo di tempo Δt :

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

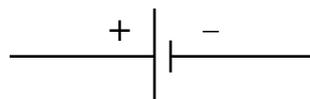
Ponendo in questa formula $\Delta t = 1$ s, è chiaro che l'intensità della corrente è numericamente uguale alla quantità di carica che attraversa la sezione nell'unità di tempo. Si tratta di una grandezza scalare che, nel Sistema Internazionale, si misura in ampere (A). In un conduttore passa la corrente di 1 A quando attraverso una sua sezione transita la carica di 1 C nel tempo di 1 s: $1\text{A} = \frac{1\text{C}}{1\text{s}}$

In generale la corrente elettrica può cambiare da istante a istante; quando la sua intensità si mantiene costante nel tempo si dice che la corrente è *continua*.

Convenzionalmente si sceglie come verso della corrente elettrica quello in cui si muovono le cariche positive, cioè il verso che va da punti a potenziale più alto a punti a potenziale più basso. Spesso questa convenzione è in contrasto con la realtà: in un conduttore metallico i portatori di carica sono gli elettroni carichi negativamente e la corrente effettiva (di cariche negative) scorre in senso opposto alla corrente convenzionale (di cariche positive). Questo comunque non introduce alcun problema, dato che una corrente di cariche positive in un dato verso equivale ad una uguale corrente di cariche negative nel verso opposto.

8.4 Circuiti elettrici

La corrente elettrica fluisce in un conduttore fintanto che ai suoi capi esiste una differenza di potenziale. Ciò che mantiene questa d.d.p. ai capi del conduttore è generalmente detto un *generatore di tensione* e praticamente può essere una pila, una batteria o una dinamo. Ogni generatore di tensione (continua) presenta un polo positivo, a d.d.p. più elevata, e un polo negativo, a d.d.p. più bassa; il suo simbolo elettrico è:



Un circuito elettrico è costituito da un insieme di conduttori connessi l'uno all'altro in modo continuo e collegati ai poli di un generatore; il circuito più semplice è costituito da un filo metallico collegato ai poli di un generatore. La corrente (convenzionale) passa nei vari conduttori nel verso che va dal polo positivo al polo negativo del generatore e, all'interno del generatore, nel verso che va dal polo negativo a quello positivo. All'interno del generatore vi sono delle forze che compiono sulle cariche un lavoro positivo, fornendo loro energia.

Se ai capi di un conduttore è applicata una d.d.p. si instaura in esso una corrente elettrica; non esiste però una relazione universale tra corrente e d.d.p.: essa dipende dal particolare tipo di conduttore. Tale relazione può essere determinata sperimentalmente misurando con opportuni strumenti (amperometro e voltmetro) la corrente e la d.d.p. nel conduttore in esame. Riportando i punti sperimentali in un diagramma corrente-d.d.p. si ottiene la curva caratteristica del conduttore.

Per tutti i conduttori metallici e per le soluzioni di acidi, basi e sali la curva caratteristica assume la forma semplice di una retta che passa per l'origine (fig.8.8).

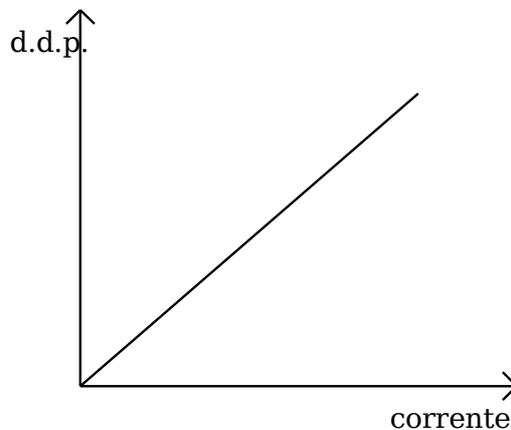


fig.8.8

Ciò vuol dire che la corrente è direttamente proporzionale alla d.d.p. e la relazione può essere scritta:

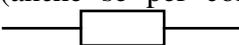
$$V = Ri$$

dove R è una grandezza caratteristica del conduttore che prende il nome di *resistenza* elettrica. Tale relazione prende il nome di *prima legge di Ohm*.

La resistenza elettrica è una grandezza che nel Sistema Internazionale si misura in ohm (Ω):

$1\Omega = \frac{1V}{1A}$. Il suo simbolo caratteristico è:



(anche se per comodità di rappresentazione grafica qui si userà un semplice rettangolo ) e generalmente è semplicemente un filo metallico di forma cilindrica (fig.8.9).

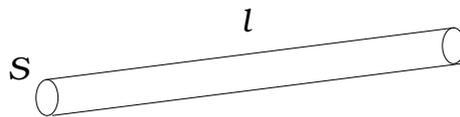


fig.8.9

Ohm stabilì sperimentalmente anche una seconda legge, secondo la quale la resistenza R dipende dalla forma del conduttore e dalla particolare sostanza di cui è costituito e che è detta *seconda legge di Ohm*: la resistenza di un filo conduttore è direttamente proporzionale alla sua lunghezza l e inversamente proporzionale alla sua sezione S :

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Il coefficiente di proporzionalità ρ si chiama *resistività* della sostanza considerata e la sua unità di misura è data da: $[\rho] = [R \frac{S}{l}] = \Omega \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \cdot \text{m}$.

I buoni conduttori hanno valori di resistività che vanno da 10^{-8} a $10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$, i buoni isolanti hanno valori di ρ che vanno da 10^{11} a oltre $10^{17} \Omega \cdot \text{m}$ e i semiconduttori hanno valori intermedi tra 10^{-1} e $10^4 \Omega \cdot \text{m}$.

I collegamenti tra i componenti di un circuito, anche se complicati, possono spesso essere ricondotti alla combinazione di due tipi fondamentali: la connessione in *serie* e quella in *parallelo* (fig.8.10):

- due o più elementi sono collegati in serie quando sono disposti in successione e sono attraversati dalla stessa corrente;
- due o più elementi sono collegati in parallelo quando hanno entrambe le estremità in comune e quindi ai loro capi è applicata la stessa differenza di potenziale.

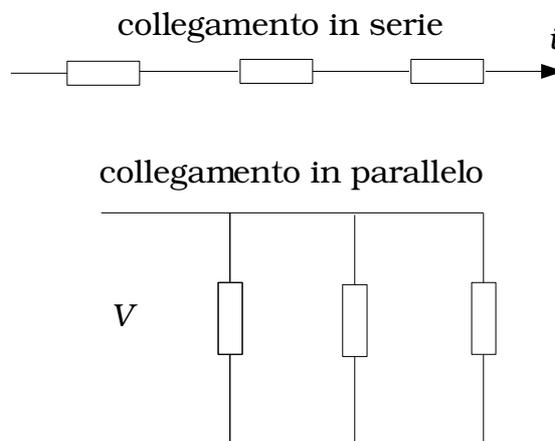
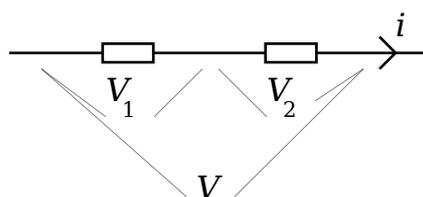


fig.8.10

La resistenza equivalente di due o più resistenze in serie è la somma delle resistenze.



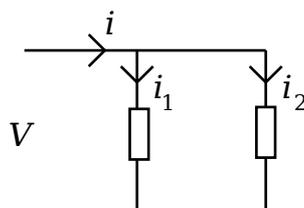
Infatti la differenza di potenziale totale ai capi della resistenza complessiva è anche la somma delle d.d.p. ai capi delle singole resistenze e quindi:

$$V = V_1 + V_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i$$

perciò la somma delle resistenze può essere considerata come la resistenza globale:

$$R = R_1 + R_2$$

La resistenza equivalente di due o più resistenze in parallelo è il reciproco della somma dei reciproci delle resistenze.



Infatti la corrente totale che circola è la somma delle singole correnti e quindi:

$$i = i_1 + i_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = V \frac{1}{R}$$

dove si considera come il reciproco della resistenza equivalente:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Nel caso del parallelo di due resistenze tale formula fornisce la semplice relazione $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$, che però non è estendibile ai casi con un numero superiore di resistenze.

Il passaggio della corrente elettrica è accompagnato da scambi di energia che si verificano all'interno dei conduttori e tra essi e l'ambiente esterno. Queste trasformazioni energetiche hanno origine dall'energia (potenziale elettrica) che il generatore fornisce alle cariche e man mano che queste fluiscono nel circuito cedono sotto forma di calore e/o energia luminosa (filamento di una lampada ad incandescenza). Fissiamo l'attenzione su un conduttore percorso

dalla corrente i , ai cui capi è applicata una d.d.p. V . Immaginiamo che i portatori di carica siano positivi e che quindi passino dal punto al potenziale più alto A al punto a potenziale più basso B (fig.8.11).

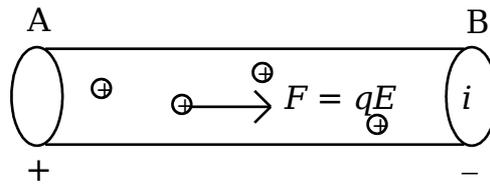


fig.8.11

Quando una carica ΔQ , nel tempo Δt , attraversa la differenza di potenziale tra A e B le forze del campo elettrico compiono un lavoro positivo:

$$L_{AB} = -\Delta Q \cdot \Delta V_{AB} = -\Delta Q \cdot (V_B - V_A) = \Delta Q(V_A - V_B)$$

Ma essendo $\Delta Q = i \cdot \Delta t$, il lavoro diventa $L_{AB} = i \cdot \Delta t \cdot V$, dove si è posto $V = V_A - V_B$. La potenza elettrica sviluppata nel conduttore è allora:

$$P = \frac{L_{AB}}{\Delta t} = V \cdot i = R \cdot i^2$$

dove si è sfruttata la prima legge di Ohm. Tale risultato costituisce la *legge di Joule*, che afferma che in un conduttore metallico l'energia elettrica dissipata, che in ogni secondo si trasforma in energia interna, è proporzionale alla resistenza del conduttore e al quadrato dell'intensità di corrente. Generalmente questo aumento di energia interna porta al riscaldamento del conduttore.

Mediante considerazioni analoghe si ottiene la formula che esprime la potenza erogata da una batteria: $P = V i$.

8.5 Elettrochimica

Nelle reazioni acido-base viste in precedenza (cap.7) i reagenti si scambiano ioni idrogeno H (protoni). Esiste un'altra importante categoria di trasformazioni chimiche caratterizzate dallo scambio di una particella: sono le reazioni di *ossidazione* (dette anche *redox*) nelle quali i reagenti si scambiano uno o più elettroni.

'Ossidazione' deriva dalla combinazione di due termini: 'ossidazione' e 'riduzione':

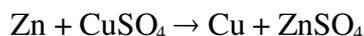
ossidazione indica la cessione di elettroni da parte di un elemento
 si *ossida* la sostanza che cede elettroni

- il N.O. di uno ione è pari alla sua carica elettrica N.O. di $\text{Fe}^{2+} = +2$
- la somma dei N.O. di tutti gli atomi di uno ione poliatomico corrisponde alla carica dello ione N.O. di $\text{ClO}_3^- = -1$
- in tutti i composti l'idrogeno ha N.O. +1 (fanno eccezione gli idruri, es KH) N.O. di H in $\text{H}_2\text{O} = +1$
- in tutti i composti l'ossigeno ha N.O. -2 (fanno eccezione i perossidi, es H_2O_2) N.O. di O in $\text{H}_2\text{O} = -2$
- agli atomi dei metalli nei loro composti si attribuisce un N.O. positivo N.O. di Ca in $\text{CaCO}_3 = +2$

E' evidente quindi che l'ossidazione porta all'aumento del N.O. di una specie, mentre la riduzione porta ad una diminuzione del N.O.. Un elemento può essere caratterizzato (vedi tavola periodica) da più numeri di ossidazione (oltre naturalmente allo zero) a seconda del composto di cui fa parte.

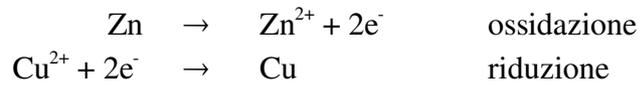
La variazione del N.O. in una reazione redox indica, in generale, da quale parte 'scivolano gli elettroni': quando un atomo di carbonio si combina con l'ossigeno formando biossido di carbonio (CO_2), si ha uno spostamento degli elettroni di legame verso gli atomi di ossigeno. L'energia liberata sotto forma di calore durante la combustione del carbone deriva fondamentalmente dalla forte attrazione esercitata dall'ossigeno sugli elettroni di legame, la cui energia potenziale diminuisce di conseguenza.

Nelle reazioni finora considerate lo scambio di elettroni avviene in modo disordinato: donatori e accettori di elettroni sono mescolati insieme e lo scambio di elettroni si verifica se le particelle sono a contatto. Se si riesce a costringere gli elettroni a trasferirsi da una specie ionica all'altra, fluendo lungo un conduttore metallico in modo più ordinato, si ottiene una corrente elettrica. Il dispositivo che consente di realizzare questo processo è la *cella elettrochimica*, detta anche *pila*. Consideriamo la reazione:



che avviene immergendo una lamina di zinco in una soluzione di solfato di rame e il cui procedere si può seguire facilmente dalla decolorazione della soluzione azzurra (gli ioni Cu, circondati dalle molecole d'acqua, sono azzurri; infatti il solfato di rame puro è bianco, mentre il solfato di rame idrato $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$, in cui lo ione Cu è circondato da 5 molecole d'acqua, è di un bel colore azzurro) e dal progressivo deposito di una polvere rossastra, costituita da rame metallico.

La reazione è fondamentalmente la somma di due semireazioni:



Lo zinco metallico cede elettroni agli ioni rame; lo zinco passa in soluzione e gli ioni rame si trasformano in rame metallico. Questa reazione però può avvenire anche in un altro modo.

Consideriamo una lamina di rame, immersa in una soluzione di solfato di rame e una lamina di zinco immersa in una soluzione di solfato di zinco in due recipienti separati. Queste costituiscono degli esempi di semicelle, cioè di coppie di un metallo e del suo ione ($\text{Cu} | \text{Cu}^{2+}$). Le due lamine sono collegate mediante un conduttore metallico nel quale è inserito un amperometro per la misura della corrente elettrica, mentre le due soluzioni sono collegate mediante un ponte salino, cioè un tubo di vetro contenente una soluzione conduttrice (ad es. di cloruro di ammonio) e avente alle estremità due batuffoli di cotone per evitare che le soluzioni si mischino (fig.8.12).

In un dispositivo del genere può avvenire il passaggio di cariche elettriche e il processo può essere spiegato nel modo seguente:

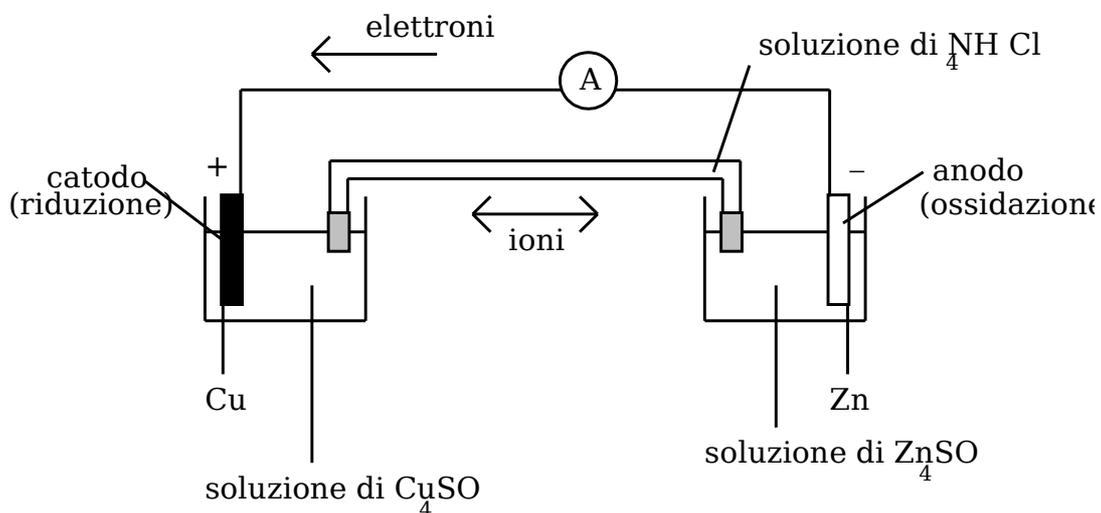


fig.8.12

- alla superficie dell'elettrodo di zinco alcuni atomi del metallo passano in soluzione come ioni e lasciano sulla lamina gli elettroni;
- gli elettroni, attraverso il conduttore, si muovono verso l'elettrodo di rame, dove aumenta la loro concentrazione;
- gli ioni di rame in soluzione acquistano gli elettroni in eccesso e si depositano sull'elettrodo come rame metallico;
- la soluzione di solfato di zinco si arricchisce di ioni Zn^{2+} , mentre la soluzione di solfato di rame si impoverisce di ioni Cu^{2+} e presenta quindi un eccesso di ioni solfato SO_4^{2-} ;
- l'accumulo di ioni positivi da una parte e negativi dall'altra fa sì che nel ponte salino gli ioni tendano a muoversi per mantenere le soluzioni elettricamente neutre.

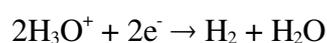
L'elettrodo su cui avviene la reazione di ossidazione è l'anodo ed è il polo (negativo) a potenziale più basso della pila, perchè vi si accumulano elettroni; il catodo, su cui avviene la

riduzione, è il polo (positivo) a potenziale più alto. La pila è quindi un generatore di differenza di potenziale.

Si possono costruire in modo analogo altre celle accoppiando elementi di tipo diverso per i quali avviene spontaneamente una reazione di ossidoriduzione e che trasformano così energia interna del sistema chimico in energia elettrica.

Le diverse coppie di elementi sono caratterizzate ciascuna da una ben precisa differenza di potenziale, che dipende dalla tendenza dei reagenti a trasformarsi nei prodotti. E' quindi possibile quantificare la tendenza di una singola specie a ossidarsi o a ridursi introducendo una semicella di riferimento alla quale si assegna per convenzione un potenziale nullo.

La *semicella standard* è quella a *idrogeno*: una superficie di platino immersa in una soluzione acida con $\text{pH} = 0$, nella quale gorgoglia idrogeno gassoso alla pressione di 1 bar. La semireazione che avviene è:



A 25 °C il potenziale della semicella standard è per convenzione pari a zero.

Si chiama allora potenziale di riduzione standard di una semicella il potenziale che essa assume quando è abbinata ad una semicella standard. In una tabella in appendice sono riportati alcuni potenziali di riduzione. Questi potenziali sono una misura della tendenza di ciascuna specie ad acquistare elettroni, cioè a ridursi.

La conoscenza dei potenziali di riduzione permette di calcolare la d.d.p. di una qualsiasi pila di cui si conoscano le semicelle che la costituiscono. Stabilita la coppia che si considera il catodo è la specie con potenziale di riduzione, V_{catodo} , più elevato, mentre l'anodo è la specie con potenziale di riduzione, V_{anodo} , più basso e la d.d.p. risultante è data da:

$$V_0 = V_{\text{catodo}} - V_{\text{anodo}}$$

Una pila costituita da una semicella di rame (+0,34 V) e una di zinco (-0,76 V), presenta una d.d.p. caratteristica di $+0,34\text{V} - (-0,76\text{V}) = 1,10\text{V}$.

Finora abbiamo considerato reazioni redox che avvengono spontaneamente. Possiamo applicare però le stesse idee e gli stessi termini anche a reazioni che non avvengono spontaneamente ma che sono indotte da una somministrazione di energia dall'esterno. Un tale fenomeno è detto *elettrolisi*.

Consideriamo il sistema costituito da due lamine di platino (elettrodi) attaccate ai due poli di una batteria e immerse in una soluzione acquosa di solfato di sodio Na_2SO_4 (fig.8.13).

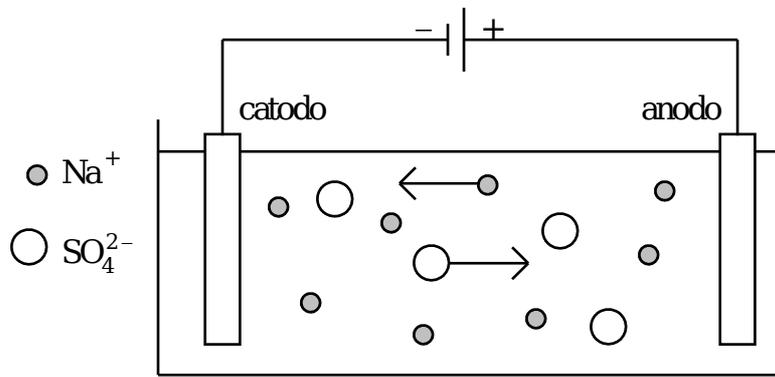
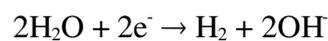


fig.8.13

Quando passa la corrente all'elettrodo collegato al polo negativo arrivano continuamente elettroni provenienti dalla pila, dall'elettrodo collegato al polo positivo se ne vanno continuamente elettroni, che ritornano nella pila.

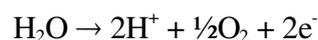
All'interno della soluzione gli ioni Na^+ (cationi) si muovono verso il polo negativo dove arrivano continuamente elettroni, mentre gli ioni SO_4^{2-} (anioni) si muovono verso il polo positivo. Al polo negativo, gli elettroni che a mano a mano arrivano sulla superficie di contatto platino-soluzione, reagiscono con l'acqua:



Questa è una semireazione in cui l'idrogeno si riduce.

Gli ioni OH^- restano nella soluzione e compensano l'eccesso di carica positiva che si avrebbe altrimenti in prossimità del polo negativo per l'arrivo dei cationi. L'idrogeno, che può essere raccolto, si sviluppa sotto forma di minuscole bollicine di gas.

Al polo positivo la soluzione cede continuamente elettroni all'elettrodo di platino attraverso la reazione:



Questa è una semireazione in cui l'ossigeno si ossida.

Gli ioni H^+ restano nella soluzione e compensano l'eccesso di carica negativa che si avrebbe altrimenti in prossimità del polo positivo per l'arrivo degli anioni. L'ossigeno si sviluppa sotto forma di minuscole bollicine di gas; può essere raccolto e risulta la metà, in volume, rispetto all'idrogeno.

Dal punto di vista chimico il processo consiste in definitiva nella decomposizione dell'acqua in idrogeno e ossigeno. L'idrogeno si riduce e l'ossigeno si ossida, contrariamente a quanto avverrebbe spontaneamente in base ai poteri riducenti dei due elementi, perchè esiste un input di energia esterna sotto forma di energia elettrica. Affinché tale elettrolisi avvenga è necessario che la batteria eroghi un voltaggio maggiore di 1,23 V, che è il valore del potenziale di riduzione dell'ossigeno.

Esercizi Capitolo 8

1. Due cariche identiche di valore q , poste a distanza d , si respingono con una forza di intensità F . A che distanza due cariche di valore $4q$ e $8q$ si respingono con una forza di intensità $2F$?

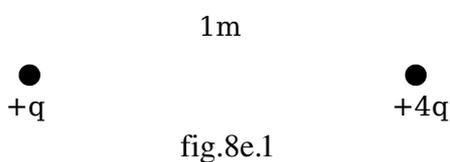
[4d]

2. Una sferetta avente massa di 10 g e carica positiva, sta sospesa a mezz'aria sopra un'altra carica positiva fissata di $2 \cdot 10^{-7}$ C. La distanza tra le due cariche è di 3 cm. Quanto vale la carica sospesa?

[4,9 · 10⁻⁸ C]

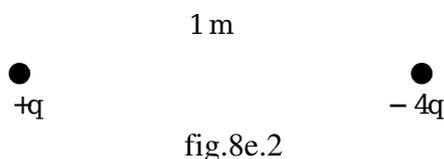
3. Date le due cariche in figura 8e.1, dove e a quale distanza dalla carica a sinistra deve essere posta una terza carica positiva affinché rimanga in equilibrio ?

[0,33 m]



4. Date le due cariche in figura 8e.2, dove e a quale distanza dalla carica a sinistra deve essere posta una terza carica positiva affinché rimanga in equilibrio ?

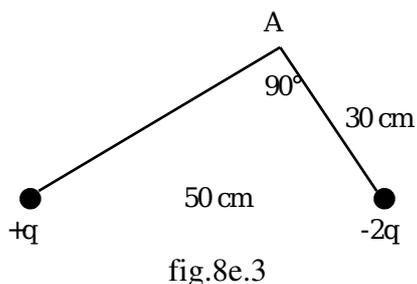
[1 m]



5. Un corpo avente carica q e massa m in un punto di un campo elettrico è soggetto alla forza F . Quanto vale la forza che lo stesso campo elettrico esercita su un corpo di massa $2m$ e carica $2q$ posto nello stesso punto ?

[2F]

6. Determina il campo elettrico nel punto A in figura 8e.3 se $q = 10^{-5}$ C (calcola esattamente l'intensità e disegna con sufficiente accuratezza direzione e verso)



[2,08 · 10⁶ N/C]

7. In un circuito alimentato da una batteria passano in un'ora $4,5 \times 10^{22}$ elettroni (carica elettrone = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C). Quanto vale l'intensità di corrente che percorre il circuito? [2 A]

8. Quale delle seguenti unità di misura può esprimere la resistenza elettrica nel sistema internazionale ?

- a - A/V
- b - J/s
- c - s/J
- d - $J \cdot s/C^2$

9. Un conduttore è attraversato da una corrente di 2,5 A. Questo significa che:

- a - ai suoi capi c'è una differenza di potenziale di 2,5 V
- b - la sua resistenza aumenta ogni secondo di 2,5 Ω
- c - in un secondo ogni sua sezione è attraversata da 2,5 C di carica
- d - la carica totale che attraversa il circuito dall'accensione allo spegnimento vale 2,5 C

10. E' stata misurata direttamente la tensione ai capi di una resistenza e l'intensità di corrente che l'attraversa, ottenendo i seguenti risultati : $V = 50$ V, $\Delta V = 0,5$ V, $i = 2$ A, $\Delta i = 0,04$ A. Determina il valore della resistenza R ed il suo errore assoluto.

[25,00 \pm 0,75 Ω]

11. Una resistenza è costituita da filo metallico del quale sono state misurate le dimensioni, ottenendo: lunghezza $L = 50 \pm 0,5$ cm e diametro $D = 1 \pm 0,05$ mm. Successivamente è stata misurata con un tester la resistenza del filo, ottenendo $R = 0,24 \pm 0,01$ Ω . Trova la resistività del filo.

[$(3,77 \pm 0,57) \cdot 10^{-7}$ $\Omega \cdot m$]

12. Trova la resistenza equivalente del circuito di fig.8e.4.

[2 Ω]

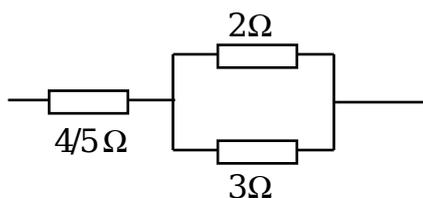


fig.8e.4

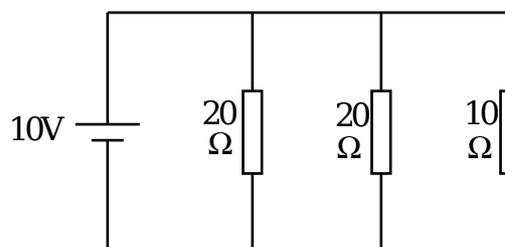


fig.8e.5

13. Determina la corrente totale che attraversa il circuito di fig.8e.5.

[2 A]

14. Due cilindri metallici sono fatti dello stesso materiale. Se il primo ha lunghezza tripla e raggio doppio dell'altro, quanto vale la sua resistenza rispetto a quella del secondo?

[3/4]

15. Con riferimento alla fig.8e.6, determina l'intensità della corrente che percorre le resistenze R nel circuito B, detta i la corrente del circuito A.

[4*i*]

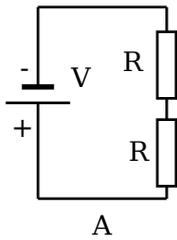


fig.8e.6

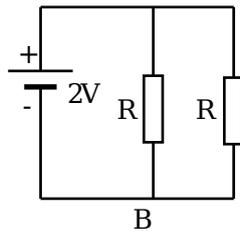
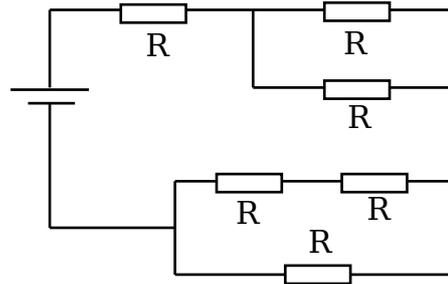


fig.8e.7



16. Dato il circuito rappresentato in fig.8e.7, trova il valore della resistenza equivalente.

[13/6 R]

17. In riferimento all'esercizio 15 di fig.8.e6, immagina che una resistenza del circuito A sia utilizzata per riscaldare una massa d'acqua m , mentre una resistenza del circuito B sia utilizzata per riscaldare una massa d'acqua $2m$. Se in entrambi i casi $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ e se t è il tempo impiegato nel caso del circuito A, quanto vale il corrispondente tempo nel caso del circuito B?

[$t/8$]

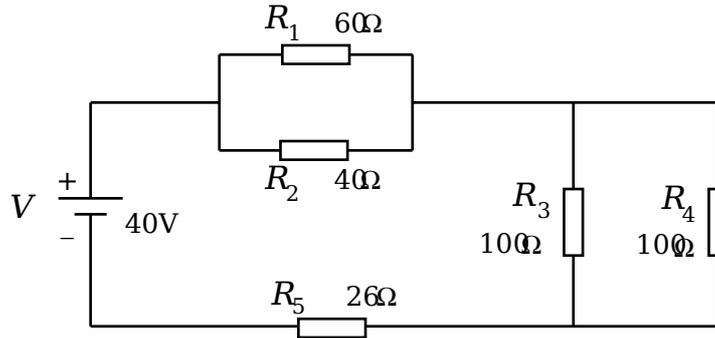
18. Considera quattro lampade elettriche con le seguenti caratteristiche:

- a - 5V , 15 W
- b - 10 V , 40 W
- c - 100 V , 200 W
- d - 150 V , 150 W

Qual è quella percorsa dalla corrente più bassa?

Esercizio svolto

Considera il circuito elettrico della figura seguente:

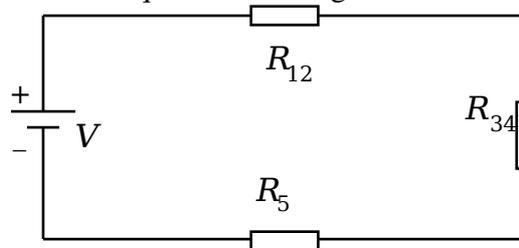


Sono date tutte le resistenze e la differenza di potenziale fornita dalla batteria. Si deve determinare:

- le correnti che attraversano ciascuna resistenza;
- la potenza fornita al circuito e la potenza dissipata dalle resistenze.

Soluzione

Le due coppie di resistenze in parallelo possono essere sostituite ciascuna da un'unica resistenza, rendendo il circuito dato equivalente al seguente:



dove le resistenze sono: $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{60 \cdot 40}{60 + 40} = 24 \Omega$ e $R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 5 \Omega$.

La resistenza totale vale $R = R_{12} + R_{34} + R_5 = 100 \Omega$ e quindi la corrente i erogata dalla batteria è: $i = \frac{V}{R} = \frac{40V}{100\Omega} = 0,4A$. Tale corrente è evidentemente legata alle correnti che attraversano le

resistenze dalle seguenti relazioni: $i = i_1 + i_2 = i_3 + i_4 = i_5$; infatti la resistenza R_5 è attraversata dalla corrente totale mentre nei rami di un parallelo la corrente totale si suddivide in modo inversamente proporzionale alle resistenze. Per determinare le correnti che circolano nei due paralleli possiamo determinare la d.d.p. ai capi del parallelo, moltiplicando la resistenza equivalente per la corrente totale, e poi dividerla per ciascuna resistenza.

Per il primo parallelo otteniamo: $V_{12} = R_{12} \times i = 24 \Omega \times 0,4 A = 9,6 V$ e le correnti sono allora $i_1 = \frac{V_{12}}{R_1} = \frac{9,6V}{6\Omega} = 0,16A$ e $i_2 = \frac{V_{12}}{R_2} = \frac{9,6V}{4\Omega} = 0,24A$.

Analogamente per il secondo si ha: $V_{34} = R_{34} \times i = 5 \Omega \times 0,4 A = 2 V$ e $i_3 = \frac{V_{34}}{R_3} = i_4 = \frac{V_{34}}{R_4} = \frac{2V}{10\Omega} = 0,2A$.

La potenza erogata dalla batteria è: $P_{erogata} = V \times i = 40V \times 0,4A = 16W$;

la potenza dissipata dalle resistenze è $P_{dissipata} = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + R_3 i_3^2 + R_4 i_4^2 + R_5 i_5^2$ e si lascia come esercizio la verifica che è esattamente eguale alla potenza erogata, come imposto dal

principio di conservazione dell'energia.

19. Dato il circuito in figura 8e.8, determina la differenza di potenziale ai capi delle due resistenze in parallelo.

[40 V]

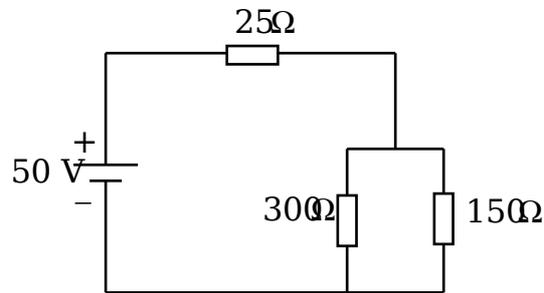


fig.8e.8

20. Con riferimento al circuito del precedente quesito determinare la potenza totale erogata dalla batteria.

[20 W]

21. Una resistenza di 419Ω dissipa ogni secondo 225 cal. Trova l'intensità di corrente che attraversa la resistenza.

[1,5 A]

22. Bilancia la seguente reazione di ossidoriduzione:

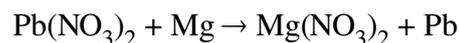


23. Con riferimento alla pila Cu-Zn realizzata in laboratorio scrivi le semireazioni di ossidoriduzione dei due metalli agli elettrodi.

24. Immergendo una lastrina di Cu in una soluzione di AgNO_3 1 M si depositano alla fine 10 g di Ag su di essa. Quanti atomi di rame sono passati in soluzione?

[$2,78 \cdot 10^{22}$]

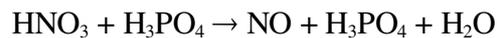
25. Data la reazione



quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- a - Pb si ossida, Mg si riduce
- b - sia Pb che Mg si riducono
- c - sia Pb che Mg si ossidano
- d - Pb si riduce, Mg si ossida

26. Data la reazione



quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- a - il fosforo (P) si ossida
- b - il fosforo si riduce
- c - il fosforo non si ossida e non si riduce
- d - l'azoto si ossida

27. In base all'osservazione della tavola periodica, quale delle seguenti formule può rappresentare il fluoruro di litio (combinazione di fluoro F e litio L)?

- a - Li_2F
- b - LiF_2
- c - LiF
- d - Li_3F

[c]

28. In base all'osservazione della tavola periodica, quale delle seguenti formule potrebbe rappresentare il bromuro di magnesio (combinazione di Br e Mg)?

- a - MgBr
- b - Mg_2Br
- c - MgBr_2
- d - Mg_2Br_5

[c]

29. Considera le due pile collegate in serie come in fig.8e.9. La pila 1 ha elettrodi di Cu ($P_{\text{sr}} = +0,34 \text{ V}$) e Zn ($P_{\text{sr}} = -0,76 \text{ V}$); la pila 2 ha elettrodi di Au ($P_{\text{sr}} = +1,50 \text{ V}$) e Ag ($P_{\text{sr}} = +0,80 \text{ V}$). Tenendo conto di come sono collegate le due pile, quanto vale la differenza di potenziale che si misura tra i morsetti A e B?

[-0,4 V]

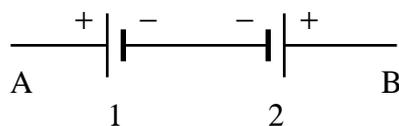


fig.8e.9

30. In un esperimento di elettrolisi dell'acqua viene fatta passare una corrente di 1,6 A per un intervallo di tempo di 10 minuti. Sapendo che la densità dell'idrogeno è $0,09 \text{ kg/m}^3$ e che il volume dell'idrogeno sviluppato è di 111 cm^3 , determina da questi dati il numero di Avogrado.