Capitolo 1

Grandezze e misure

1.1 Metodo sperimentale

Le scienze sperimentali (fisica, chimica, biologia, ...) sono caratterizzate da un metodo d'indagine di tipo sia induttivo che deduttivo.
Per *induzione* (da inductus: indotto) si intende un processo conoscitivo che parte dall'osservazione dei fenomeni per arrivare a leggi generali che possano descriverli.
Per *deduzione* (da deducere: dedurre) si intende il processo contrario. Una teoria, un principio scientifico, possono anche nascere nella testa dello scienziato mediante un processo puramente logico: la sua validità dovrà poi essere confermata dal diretto confronto con i fatti sperimentali.
Schematicamente comunque, il metodo sperimentale si può pensare articolato nelle seguenti fasi:

- osservazione del fenomeno
- riproduzione del fenomeno in laboratorio
- misurazione ed elaborazione dei dati
- estrapolazione della legge scientifica

1.2 Grandezze fisiche e misure

Per *grandezza* (in fisica, chimica, ...) si intende una proprietà di un oggetto che può essere quantificata, a cui cioè può essere associato un numero mediante un procedimento operativo oggettivo (valido per tutti) e riproducibile a piacere. Tale procedimento prende il nome di *misura*.
Esempi di grandezze fisiche sono la temperatura di una stanza, la massa di un corpo, la velocità di un'automobile.
Non sono invece grandezze in senso sperimentale - scientifico l'affetto che possiamo provare per un nostro simile o per un animale, il piacere che possiamo provare mangiando un gelato o ascoltando un brano musicale.
Come già detto, una misura consiste nell'assegnare un valore numerico ad una certa grandezza secondo un procedimento codificato ed universalmente accettato. Nei casi più semplici una misura consiste in un confronto tra una grandezza campione e la grandezza da misurare: ad esempio, la lunghezza di un foglio si può determinare mediante un righello semplicemente confrontando il foglio con la scala millimetrata del righello e contando le tacche che corrispondono al foglio.

Non tutte le misure sono però così semplici come questa appena descritta: in molti casi il valore di una grandezza deve essere ricavato dai valori di altre, come ad esempio il valore della superficie di questa pagina, che può essere ottenuto dal prodotto tra la sua larghezza e la sua altezza.

1.3 Unità di misura

Le unità di misura sono i campioni unitari di riferimento per la misura delle grandezze. Un certo insieme di unità prende il nome di *sistema* di misura.
Si è soliti distinguere tra grandezze fisiche *fondamentali* e *derivate*; tuttavia questa distinzione non deve trarre in inganno facendo pensare che le prime siano in qualche modo più importanti delle altre. In realtà la differenza ha a che fare soltanto con la costruzione di un certo sistema di unità di misura ed è quindi, almeno in linea di principio, arbitraria.
Noi faremo sempre riferimento al cosiddetto *Sistema Internazionale* (o Sistema Metrico-Decimale, o Sistema MKS). In tale sistema le grandezze per cui è definito ed accettato un campione standard, e che per questo sono dette *fondamentali*, sono:

lunghezza	che ha come unità	*metro*	m
massa	"	*kilogrammo*	kg
tempo	"	*secondo*	s
corrente	"	*ampere*	A
temperatura	"	*kelvin*	K

Il campione *metro* è definito come: lunghezza uguale a 1650763,73 volte la lunghezza d'onda della radiazione corrispondente alla transizione tra i livelli 2p e 5d del kripton-86.
Il *secondo* è l'intervallo di tempo corrispondente a 9192631770 periodi della radiazione emessa nella transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale del cesio-133.
Il *kilogrammo* (o chilogrammo) è la massa del campione internazionale di platino-iridio conservato al Pavillon de Breteuil (Sevres).

Normalmente il prefisso k (chilo) indica il multiplo di una unità fondamentale, ma è proprio il chilogrammo e non il grammo l'unità di misura della massa adottata nel Sistema Internazionale. L'origine del nome è legata alla sua storia. Nel XVIII secolo, per ordine di re Luigi XVI, un gruppo di studiosi francesi mise a punto il primo campione di chilogrammo, che all'epoca veniva chiamato semplicemente "peso" e corrispondeva alla massa di un litro d'acqua. Durante la Rivoluzione francese le autorità decisero di adottare una nuova unità di misura, più piccola e maneggevole. Scelsero il grammo, la millesima parte del "peso", mantenendo il campione di metallo come misura di mille grammi. Nel 1875 il campione fu nuovamente adottato come unità di misura della massa, ma mantenne il nome di chilogrammo acquisito durante il periodo rivoluzionario.

Le grandezze fisiche derivate hanno invece come unità di misura combinazioni delle unità

fondamentali appena elencate. Ad esempio, la grandezza fisica derivata 'superficie' si misura in m^2; la grandezza derivata 'velocità' si misura in m/s e così via.
Esiste un altro sistema di frequente impiego, il cosiddetto sistema CGS (centimetro, grammo, secondo) nel quale, come è evidente, sono state modificate le unità di misura di lunghezza e massa.
Molto spesso si presenta la necessità di utilizzare multipli e sottomultipli delle varie unità di misura. Alcuni prefissi, anteposti ai simboli delle unità, permettono di esprimere sinteticamente tali multipli e sottomultipli. Riportiamo di seguito i più comuni:

fattore	prefisso	simbolo
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	etto	h
10^{1}	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Esempi: 1 mm = 1 millimetro = 0,001 m
1 GW = 1 gigawatt = 10^9 W
1 ns = 1 nanosecondo = 10^{-9} s

Esercizio: trasformare la velocità di 72 km/h in m/s.
Svolgimento: tenendo conto che 1 km = 1000 m e 1 h = 3600 s, potremo scrivere:

$$72\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = \frac{72000}{3600}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Esercizio: trasformare il volume di 5000 cm^3 in m^3.
Svolgimento: tenendo conto che 1 cm = 10^{-2} m e quindi 1 cm^3 = 10^{-6} m^3, si ha:

$$5000\ \text{cm}^3 = 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3 = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = 0{,}005\ \text{m}^3.$$

1.4 Notazioni e approssimazioni

Molto spesso faremo uso della cosiddetta notazione esponenziale o scientifica di un numero, specialmente se questo è molto grande o molto piccolo. In tale notazione un numero va scritto portando la virgola dopo la prima cifra significativa e introducendo un adeguato numero di potenze di dieci, positive o negative a seconda del caso. Ad esempio:

$$8544032 = 8{,}544032 \cdot 10^{6}$$

e

$$0{,}0000254 = 2{,}54 \cdot 10^{-5}$$

Molti dei valori che calcoleremo saranno espressi, per esempio dalla calcolatrice, con un numero elevato di cifre. Sarà quindi opportuno approssimare tali valori ad un certo numero di cifre significative, specialmente se stiamo trattando dei dati sperimentali, che come vedremo sono sempre affetti da errori.

Il numero

$$2{,}6857$$

che presenta quattro decimali, può essere approssimato a:

$$2{,}686$$

se richiediamo che i decimali siano 3, oppure a:

$$2{,}69$$

se richiediamo che i decimali siano 2, oppure a:

$$2{,}7$$

se richiediamo solo una cifra decimale. Evidentemente, per effettuare tali approssimazioni, dovremo seguire la seguente regola: andare a vedere il valore del primo decimale che non vogliamo considerare e, se questo è compreso tra 0 e 4, lasciare il numero precedente come sta, oppure se compreso tra 5 e 9, aumentare di una unità il valore dell'ultimo decimale significativo.

Ad esempio, se vogliamo esprimere i seguenti numeri con due soli decimali

$$0{,}6832 \qquad 15{,}467$$

dovremo scrivere

$$0{,}68 \qquad 15{,}47.$$

Un ulteriore livello di approssimazione di un numero è dato dal suo ordine di grandezza: ci si avvale di tale concetto quando si vuole confrontare in modo grossolano, ma comunque significativo, due grandezze.

L'*ordine di grandezza* di un numero è la potenza di dieci più vicina ad esso.

Ad esempio:

$3{,}2 \cdot 10^{4}$	ha come o.d.g.	10^{4}
$7{,}8 \cdot 10^{5}$	ha come o.d.g.	10^{6}
$9 \cdot 10^{-7}$	ha come o.d.g.	10^{-6}

1.5 Leggi scientifiche e relazioni tra grandezze

Una legge scientifica si esprime generalmente mediante una relazione matematica tra grandezze fisiche. Tale relazione può essere sia molto semplice che molto complessa. Nel seguito prendiamo in esame i casi di relazioni con cui avremo prevalentemente a che fare.
Due grandezze sono *direttamente proporzionali* quando il loro rapporto è costante:

$$\frac{y}{x} = k = costante$$

il che vuol dire che $y = k\,x$.
Grandezze direttamente proporzionali sono rappresentabili graficamente mediante una retta uscente dall'origine. Ad esempio supponiamo che i valori di x e y siano dati dalla tabella seguente:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15

In questo caso il rapporto costante tra y e x vale 2,5. Rappresentando i valori in un piano cartesiano con x in ascissa e y in ordinata si ottiene il grafico di fig.1.1.

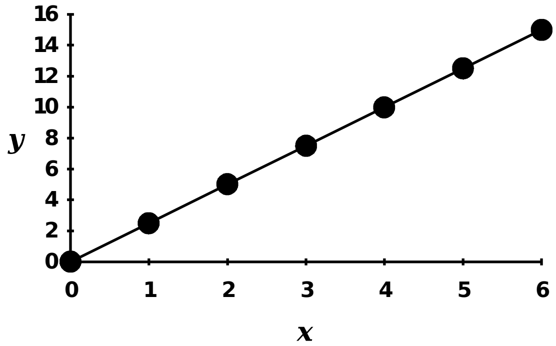


fig.1.1

Due grandezze sono *inversamente proporzionali* quando il loro prodotto è costante:

$$y\,x = k = costante$$

il che vuol dire che $y = k/x$.
Grandezze inversamente proporzionali sono rappresentabili graficamente mediante un ramo di iperbole. Ad esempio supponiamo che i valori di x e y siano dati dalla tabella seguente:

x	0,25	0,5	1	2	4	8	16
y	8	4	2	1	0,5	0,25	0,125

In questo caso il prodotto costante tra y e x vale 2. Rappresentando i valori in un piano cartesiano con x in ascissa e y in ordinata si ottiene il grafico di fig.1.2.

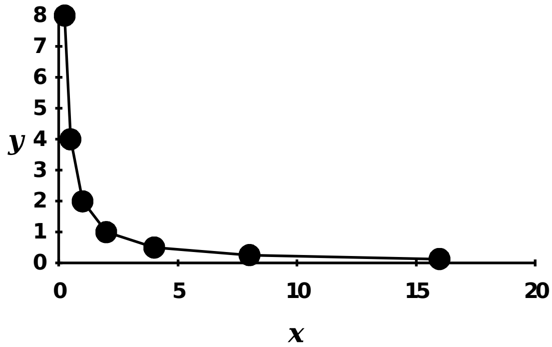


fig.1.2

Due grandezze sono legate da una relazione di linearità se:

$$y = ax + b$$

dove a e b sono delle costanti. Grandezze in relazione lineare sono rappresentabili graficamente mediante una retta in generale non uscente dall'origine. E' chiaro che la proporzionalità diretta è un caso particolare, il più semplice, di linearità. Ad esempio supponiamo che i valori di x e y siano dati dalla tabella seguente:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	2	4,5	7	9,5	12	14,5	17

Allora in questo caso a = 2,5 e b = 2. Rappresentando i valori in un piano cartesiano con x in ascissa e y in ordinata si ottiene il grafico di fig.1.3.

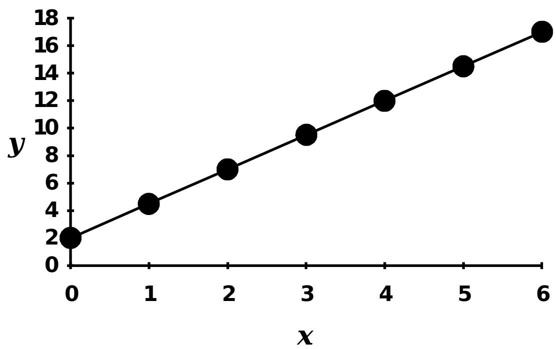


fig.1.3

Due grandezze sono legate da una relazione di proporzionalità quadratica se:

$$y = ax^2$$

dove a è una costante. Grandezze in tale relazione sono rappresentabili graficamente mediante una parabola. Ad esempio supponiamo che i valori di x e y siano dati dalla tabella seguente:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	1	4	9	16	25	36

In questo caso il valore della costante a è 1. Rappresentando i valori in un piano cartesiano con x in ascissa e y in ordinata si ottiene il grafico di fig.1.4.

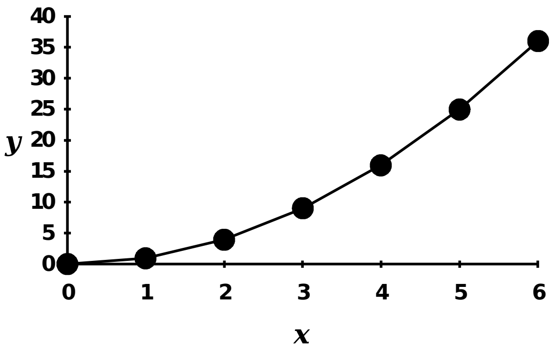


fig.1.4

Questi sono solo alcuni esempi, i più semplici, di relazioni tra grandezze. L'importante è ricordare che solo i primi due casi sono trattabili con la teoria delle proporzioni vista negli anni precedenti, e che quindi questo modo di trattare le grandezze è limitato solo ad alcune situazioni.

1.6 Misure dirette

Come già detto una misura consiste nell'assegnare un certo valore (ma non solo, come vedremo) ad una grandezza. Una misura che si ottiene utilizzando uno strumento prende il nome di misura *diretta*.
Gli strumenti di misura vengono generalmente suddivisi in due categorie:

- strumenti *analogici*, nei quali il valore della grandezza viene individuato in base alla posizione di un indice mobile su di una scala graduata;
- strumenti *digitali*, nei quali la misura della grandezza viene direttamente indicata in cifre su di un display.

Ogni strumento poi si caratterizza per portata e sensibilità. Si definisce portata il massimo valore della grandezza che lo strumento è in grado di misurare. Per sensibilità si intende invece il valore corrispondente al minimo intervallo apprezzabile sulla scala graduata.

Ogni misura è inevitabilmente affetta da *errori*, che possono essere di due tipi. Distingueremo infatti tra:

- *errori sistematici*, che scaturiscono da uno scorretto uso degli strumenti, o da difetti intrinseci agli strumenti stessi, o da una cattiva predisposizione dell'apparato sperimentale;

- *errori casuali*, che sono generati da imprevedibili ed ineliminabili influenze esterne (ad es. variazioni di temperatura, di pressione, di condizioni fisiche del misuratore, ecc.)

Mentre i primi, una volta individuate le cause, possono essere eliminati, i secondi vanno invece tenuti sotto controllo e valutati matematicamente. Per questo motivo il risultato di ogni misurazione va accompagnato da una stima dell'errore commesso.
Nel caso in cui, per motivi di tempo o di opportunità, si decida di misurare una grandezza una sola volta, considereremo come *errore assoluto* Δx la sensibilità dello strumento.
Se invece si effettuano più misure, per stimare l'entità degli errori casuali si usa procedere nel modo seguente:

- si eseguono N misure della stessa grandezza ($x_1, x_2, ..., x_N$);

- si calcola la media aritmetica dei valori ottenuti:
$$x_m = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N}$$
assumendo tale *valor medio* come la migliore approssimazione del valore cercato;

- si considera come *errore assoluto* la semidispersione massima
$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$
oppure la sensibilità dello strumento, a seconda di quale dei due è il maggiore.

Il risultato finale della misura dovrà sempre essere espresso nella forma:

$$x = x_m \pm \Delta x$$

E' sempre molto importante avere un'idea della precisione di una misura, valutando il rapporto tra l'errore assoluto ed il valor medio, espresso a volte in percentuale. Tale rapporto è chiamato errore relativo *Er(x)*. Avremo cioè:

$$Er(x) = \frac{\Delta x}{x_m}$$

1.7 Misure indirette

Quasi sempre lo scopo di un'esperienza di laboratorio è quello di determinare il valore di una grandezza fisica misurandone altre ad essa collegate mediante relazioni matematiche. Ad esempio si potrebbe cercare di stimare il volume di un solido misurandone le dimensioni lineari o, ancora, la velocità di un oggetto misurando lo spazio da esso percorso ed il tempo impiegato.
E' importante in tali occasioni valutare l'errore da cui il valore finale è affetto.
Consideriamo in particolare i due casi più comuni:

1. la grandezza z sia la *somma* delle grandezze x e y:

$z = x + y$ con $x = x_m \pm \Delta x$ e $y = y_m \pm \Delta y$

La misura massima e quella minima di z saranno rispettivamente:

$$z_{max} = x_m + \Delta x + y_m + \Delta y$$

$$z_{min} = x_m - \Delta x + y_m - \Delta y$$

perciò l'errore assoluto di z, calcolato come semidispersione, sarà:

$$\Delta z = \frac{z_{max} - z_{min}}{2} = \frac{x_m + \Delta x + y_m + \Delta y - (x_m - \Delta x + y_m - \Delta y)}{2}$$

e quindi:

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y$$

In pratica, l'errore assoluto sulla somma di due (o più) grandezze fisiche è uguale alla somma degli errori assoluti di ciascuna di esse. Tale conclusione vale anche per il caso della *differenza* tra grandezze.

2. la grandezza z sia il *prodotto* delle grandezze x e y:

$z = x \cdot y$ con $x = x_m \pm \Delta x$ e $y = y_m \pm \Delta y$

La misura massima e quella minima di z saranno rispettivamente:

$$z_{max} = (x_m + \Delta x) \cdot (y_m + \Delta y)$$

$$z_{min} = (x_m - \Delta x) \cdot (y_m - \Delta y)$$

perciò l'errore assoluto su z sarà:

$$\Delta z = \frac{z_{max} - z_{min}}{2} = \frac{(x_m + \Delta x) \cdot (y_m + \Delta y) - (x_m - \Delta x) \cdot (y_m - \Delta y)}{2}$$

e quindi

$$\Delta z = x_m \cdot \Delta y + y_m \cdot \Delta x$$

Dividendo ambo i membri dell'ultima equazione per $z = x \cdot y$, otteniamo:

$$\frac{\Delta z}{z_m} = \frac{\Delta x}{x_m} + \frac{\Delta y}{y_m}$$

$$Er(z) = Er(x) + Er(y)$$

In pratica, l'errore relativo nella valutazione di una grandezza che sia il prodotto di due (o più) grandezze misurate direttamente, è uguale alla somma degli errori relativi di ciascuna di esse. Tale risultato vale anche per il *rapporto* tra grandezze.

Riassumendo i concetti fondamentali che intervengono nell'effettuazione di una misura indiretta, possiamo impostare il seguente schema:

MISURA INDIRETTA

individuazione delle grandezze
da misurare direttamente

misure dirette

determinazione delle relazioni matematiche
tra le grandezze misurate direttamente
e la grandezza z in esame

calcolo di *z* come

somma o differenza	**prodotto o quoziente**
calcolo dell'errore ASSOLUTO	**calcolo dell'errore RELATIVO**
calcolo dell'errore RELATIVO	**calcolo dell'errore ASSOLUTO**

1.8 Struttura di una relazione di laboratorio

Ogni esperienza va generalmente accompagnata da un resoconto dettagliato dell'attività sperimentale e dei risultati raggiunti mediante l'analisi dei dati raccolti.
La struttura che deve possedere una relazione sperimentale è la seguente:

- titolo e scopo dell'esperimento
- schema e descrizione dell'apparato sperimentale
- descrizione generale dell'esperienza
- misure dirette e loro errori
- misure indirette e loro errori
- eventuali grafici
- discussione dei risultati conseguiti

Esercizi Capitolo 1

1. Scrivi i seguenti numeri in notazione esponenziale standard:

a -	0,0023	b -	56784,7
c -	1/23076	d -	4582^3
e -	1/0,0004	f -	5338
g -	3/25890	h -	7592340
i -	$0{,}045 \cdot 10^{-3}$	l -	$1650 \cdot 10^5$

2. Individua l'ordine di grandezza dei numeri del precedente quesito.

3. Calcola il risultato delle seguenti espressioni, ponendolo in forma esponenziale:

a - $\dfrac{2 \cdot 10^3 \cdot 4{,}5}{10^4 \cdot 10^{-2}}$ b - $\dfrac{12{,}8 \cdot 10^4 + 1{,}3 \cdot 10^5}{\left(3{,}2 \cdot 10^2\right)^3}$

4. Esegui le seguenti trasformazioni di unità di misura:

a	-	150 m/s	=	km/h
b	-	2 m^3/g	=	cm^3/kg
c	-	720 dm/min	=	m/s
d	-	10 mm^2	=	m^2

5. Determina l'ordine di grandezza delle seguenti espressioni:

a	-	$10^6 + 10^{-1} - 10^6$
b	-	$10^{15} - 10^{-1} / 10^{15}$
a	-	$(1{,}7 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^{-20}) / (2 \cdot 10^6)^2$
b	-	$10^{-15} / (2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^{-3})$

6. Trova l'ordine di grandezza del numero di secondi contenuti in un anno.

[10^7]

7. Valuta quante stelle come il Sole, pensabile come stella *media*, possono trovarsi nella galassia di Andromeda, sapendo che la massa del Sole misura $1{,}991 \cdot 10^{33}$ g e la massa di Andromeda misura $8 \cdot 10^{41}$ kg.

[$4 \cdot 10^8$]

8. Sapendo che il raggio terrestre vale $6{,}4 \cdot 10^6$ m, trova il volume della Terra in cm^3.

[$1{,}1 \cdot 10^{27}$ cm^3]

9. Esegui le seguenti trasformazioni di unità di misura:

a	-	10^{-2} s^2	=	h^2
b	-	720 m/s	=	dm/min
c	-	100 ms^2	=	h^2
d	-	500 kg^2/m	=	g^2/mm

10. Disponi in ordine crescente i seguenti prefissi delle unità di misura:
kilo (k) mega (M) nano (n) milli (m) micro (μ) giga (G)

11. Esegui le seguenti operazioni, prestando particolare attenzione alle trasformazioni delle unità di misura:
a - 5 cm · 40 mm · 200000 mm = dm^3
b - $(6{,}1 \cdot 10^3 + 0{,}8 \cdot 10^4)$ mg/($\pi \cdot 10^3$ kg) = mg/kg

12. Sapendo che il raggio di un atomo di idrogeno (supposto sferico) vale $0{,}5 \cdot 10^{-10}$ m, trova il volume dell'atomo in cm^3.
[$5{,}2 \cdot 10^{-25}$]

13. Le grandezze fisiche sono:
a - grandezze che si studiano solo in Fisica
b - proprietà dei corpi che riguardano il loro aspetto (forma, colore, volume, densità)
c - grandezze cui vengono associati valori numerici decimali
d - proprietà dei corpi che possono essere misurate in modo oggettivo

14. Nel Sistema Internazionale (SI) le grandezze fisiche fondamentali sono:
a - grandezze per le quali esiste un campione come unità di misura
b - grandezze che vengono impiegate più spesso delle altre nei calcoli
c - grandezze che si possono misurare con strumenti elementari
d - grandezze che stanno alla base di tutte le teorie fisiche

15. Se misuriamo direttamente una grandezza fisica, valuteremo come errore:
a - la sensibilità dello strumento
b - la decima parte del valore ottenuto
c - la semidispersione o la sensibilità dello strumento
d - la semidispersione

16. Marco e Luigi misurano con due strumenti diversi larghezza ed altezza di una finestra, ottenendo come risultato 128,6 ± 0,5 cm e 75,45 ± 0,35 cm rispettivamente. Quale delle seguenti conclusioni è corretta ?
a le due misure non si possono confrontare in quanto eseguite con strumenti diversi
b la misura di Marco è meno precisa di quella di Luigi
c la misura di Luigi è poco attendibile perchè valuta i centesimi di centimetro
d la misura di Marco è più precisa di quella di Luigi
[d]

17. Rappresenta graficamente le seguenti relazioni matematiche tra x e y con grafici cartesiani, considerando un intervallo in x tra 0 e 10:

a - $y = 7/4\,x$

b - $y = 2/(3x)$

c - $y = 3x + 2$

d - $y = x^3$

e - $y = 2\,x^2 + 1$

f - $y = 10/x$

18. Le masse degli atomi di carbonio (C), alluminio (Al), cloro (Cl) e Ferro (Fe) sono:

elemento	massa atomica (kg)
C	$199{,}4 \cdot 10^{-28}$
Al	$0{,}45 \cdot 10^{-25}$
Cl	$5{,}89 \cdot 10^{-26}$
Fe	$92{,}73 \cdot 10^{-27}$

Ordina gli elementi per valori crescenti delle loro masse atomiche.

[C,Al,Cl,Fe]

19. La massa di un atomo d'oro è uguale a circa $3{,}27 \cdot 10^{-25}$ kg. In un bracciale d'oro di 65,4 g quanti atomi sono contenuti?

[$2 \cdot 10^{23}$]

20. Gli errori casuali di misurazione:

a - sono dovuti ad un impiego scorretto degli strumenti di misura

b - si possono eliminare in fase di elaborazione dei dati

c - ci inducono a sopravvalutare il valore della grandezza che stiamo misurando

d - sono presenti in qualsiasi processo di misura

21. Dieci cronometristi misurano manualmente il tempo impiegato da una vettura di Formula 1 per compiere un giro del circuito di Monza, usando cronometri che apprezzano il centesimo di secondo.
I tempi, misurati in secondi, sono i seguenti:

85,62	85,58	85,58	85,64	85,65
85,66	85,60	85,56	85,58	85,64

Trova il tempo medio, e l'errore, che i cronometristi forniranno ai tecnici.

[85,61 ± 0,05 s]

22. Tre grandezze fisiche sono legate dalla relazione: $A=B/C$. Se misuriamo in modo diretto le grandezze B e C, valutando i rispettivi errori assoluti, otteniamo:

$B = 50 \pm 2$ e $C = 20 \pm 1$. Quanto vale l'errore assoluto su A?

[$(Er(B) + Er(C)) \cdot A = 0,23$]

23. Tre grandezze fisiche A,B e C sono legate dalla relazione: $C = \frac{A^2}{B}$. Mediante misura diretta è possibile ottenere i valori di A e di B con i rispettivi errori. Quale delle seguenti espressioni è corretta?

a - $Er(C) = \frac{(Er(A))^2}{Er(B)}$ b - $Er(C) = 2 \cdot Er(A) + Er(B)$

c - $\Delta C = 2 \cdot \Delta A + \Delta B$ d - $\Delta C = \frac{(\Delta A)^2}{\Delta B}$

[b]

Capitolo 2

Proprietà dei corpi

2.1 Massa, Forza, Peso

Una definizione approssimativa di *massa*, non del tutto soddisfacente da un punto di vista logico, ma che fu del resto data anche dal grande Isaac Newton nei *Principia Mathematica* e che quindi per ora possiamo accettare è: *quantità di materia di cui un corpo è composto*.
La massa è una proprietà *intrinseca* di un corpo, ossia non dipende da fattori esterni; ad esempio, la massa di un oggetto è la stessa sulla Terra e su qualsiasi altro pianeta.
Unità di misura della massa nel Sistema Internazionale è il *kilogrammo* che, come visto nel capitolo precedente, è unità fondamentale.

La *forza* può essere definita come qualsiasi *causa in grado di provocare la deformazione di una molla*.
Unità di misura della forza è il *Newton*, che si indica con N e che in termini delle unità di misura fondamentali si esprime, come vedremo meglio più avanti, secondo la relazione:

$$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s^2}$$

Un esempio importante di forza è quello della *forza elastica*, cioè della forza con cui una molla reagisce ad un'azione esterna esercitata su di essa. La deformazione di una molla (allungamento o accorciamento) viene ad essere direttamente proporzionale alla forza stessa, secondo la legge formulata dal fisico inglese Robert Hooke:

$$F = k \cdot \Delta x$$

nella quale F rappresenta la forza applicata, misurata in Newton, Δx è la variazione di lunghezza della molla e la costante di proporzionalità k è detta costante elastica della molla e si misura in N/m.

Il *peso* è un caso particolare di forza: è precisamente la *forza con cui un corpo è attirato dalla Terra* o da qualsiasi altro pianeta sul quale esso si venga a trovare. Il peso non è quindi, come la massa, una proprietà intrinseca di un corpo perché dipende oltre che dal corpo anche dal campo di gravità in cui questo è immerso.
Come tutte le forze anche il peso si misura in Newton e non può essere dato, come sovente capita di vedere, in kilogrammi.

Il peso P di un oggetto è legato alla sua massa m dalla legge:

$$P = m \cdot g$$

dove g è un fattore di proporzionalità, detto accelerazione di gravità, che varia sulla Terra a seconda della distanza dal centro ed è poi diverso da pianeta a pianeta. In tutte le nostre considerazioni ed applicazioni assumeremo il valore di g sulla superficie terrestre pari a:

$$g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}.$$

Un'unità di misura del peso e delle forze, che non fa parte del SI ma che è a volte utilizzata, è il *kilogrammo-peso*, kg_p, da non confondere con il *kilogrammo* che misura la massa. Il kg_p è per definizione la forza con cui la massa di 1 kg viene attratta sulla superficie terrestre, quindi:

$$1\ kg_p = 1\ kg \cdot 9{,}8\ \mathrm{m/s^2} = 9{,}8\ \mathrm{N}$$

Numericamente quindi, sulla superficie terrestre, la massa misurata in kg ed il peso misurato in kg_p coincidono.

2.2 Bilancia a piatti e sua sensibilità

Lo strumento tradizionale per misurare una massa è la bilancia a piatti (cfr. laboratorio), che permette di confrontare delle masse campione con la massa da misurare. Una bilancia di questo tipo misura la massa, non il peso.

Una misura di massa, con una buona stima dell'incertezza, deve prevedere i seguenti passi:

- determinazione della posizione I_0 dell'indice della bilancia a piatti scarichi;
- determinazione della posizione dell'indice I_1 con masse equilibrate e prima stima della massa m';
- aggiunta di una massa campione m_c molto piccola e determinazione della nuova posizione I_2 dell'indice;
- calcolo della sensibilità della bilancia mediante la formula:

  $$S = \frac{m_c}{|I_2 - I_1|}$$

  tale valore rappresenta la differenza di massa tra tacche successive della scala;
- correzione della stima iniziale della massa, che tiene conto di quante divisioni I_1 differisce da I_0:

  $$m = m' \pm S|I_1 - I_0|$$

  dove si dovrà usare il segno più o quello meno, a seconda che di debba aggiungere o togliere massa per portare l'indice da I_1 a I_0;

- il risultato della misura è perciò:

$$m \pm S$$

dove si vede che la sensibilità è assunta come errore assoluto della misura.

In laboratorio si utilizzano comunque sempre più spesso bilance di tipo digitale: in tal caso il procedimento di misura è molto più semplice, dato che basta leggere il display dello strumento e dare come incertezza della singola misura il valore corrispondente all'ultima cifra significativa. Tuttavia, bilance di questo tipo sono spesso meno precise di una buona bilancia a piatti.

2.3 Densità e peso specifico

La *densità* di un corpo omogeneo è il rapporto tra la sua massa ed il suo volume:

$$d = \frac{m}{V}$$

ed indica evidentemente quanto è concentrata la massa; si misura in modo standard in kg/m^3, ma sono molto frequenti anche altre unità tipo kg/dm^3 o g/cm^3.
Le tabelle in appendice riportano i valori di densità di molte sostanze solide, liquide ed aeriformi.
Il *peso specifico* di un corpo omogeneo è il rapporto tra il suo peso ed il suo volume:

$$p_s = \frac{P}{V}$$

e si deve misurare in N/m^3. Dato che $P = m \cdot g$, esiste una stretta relazione tra peso specifico e densità, e precisamente:

$$p_s = \frac{mg}{V} = d\,g$$

Faremo comunque prevalentemente uso della densità piuttosto che del peso specifico, dato che essa è una grandezza intrinseca di una sostanza.

2.4 Pressione

I fluidi (liquidi ed aeriformi) interagiscono con gli altri corpi sempre attraverso superfici piuttosto estese (è impossibile agire su un fluido con una forza concentrata in un solo punto). E' importante allora considerare il rapporto tra la forza e la superficie su cui essa agisce perpendicolarmente (fig.2.1).

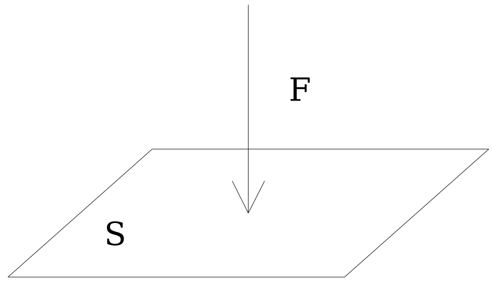


fig.2.1

Tale rapporto è detto *pressione*:

$$pressione = \frac{forza}{superficie} \qquad p = \frac{F}{S}$$

e rappresenta la forza che agisce sull'unità di superficie.

La pressione si misura nel SI in Pascal (Pa):

$$1\,\text{Pascal} = \frac{1\,\text{Newton}}{1\,\text{metro quadrato}} \qquad 1\,\text{Pa} = \frac{1\,\text{N}}{1\,\text{m}^2}$$

Il concetto di pressione, indispensabile quando si parla di fluidi, può essere utile anche nello studio di alcuni fenomeni riguardanti i solidi (piantare un chiodo o una puntina da disegno, sciare o camminare sulla neve, ...)

2.5 Leggi della statica dei fluidi

Dalle esperienze viste in laboratorio si possono ricavare delle leggi generali sul comportamento dei fluidi.
Una prima osservazione riguarda il fatto che, anche in assenza di pressione esercitata dall'esterno, un fluido è dotato di una sua propria pressione, la quale agisce egualmente in tutte le direzioni.

Legge di Pascal

> La pressione esercitata sulla superficie di un fluido si trasmette integralmente a tutto il fluido ed alle superfici a contatto con esso.

Una conseguenza immediata di tale legge è il cosiddetto *torchio idraulico*, che è alla base del funzionamento di parecchi dispositivi di utilizzo pratico (freni idraulici, sistemi ribaltabili, ecc.). Tale sistema, vedi fig.2.2, è essenzialmente un amplificatore di forza: agendo sulla superficie S_1 con la forza F_1 si esercita una pressione p.

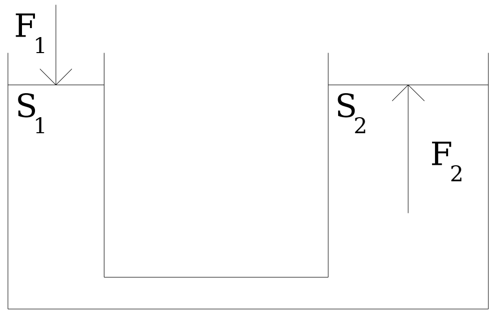


fig.2.2

In base alla legge di Pascal tale pressione si propaga alla superficie S_2, sulla quale agisce quindi da parte del fluido una forza F_2. Dovrà essere:

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

e quindi

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$$

cioè, se $S_2 > S_1$ allora $F_2 > F_1$.

Principio dei vasi comunicanti

In due o più recipienti uniti tra loro in modo tale che un liquido possa passare dall'uno all'altro (vasi comunicanti) il livello del liquido sarà lo stesso.

Legge di Stevino

La pressione in un liquido dipende solo dalla profondità e dalla natura del liquido. In particolare, la pressione che il liquido stesso, di densità d, determina alla profondità h è data dalla legge:

$$p = d\, g\, h$$

La pressione non dipende quindi dalla forma del recipiente. Tale legge può essere giustificata teoricamente facendo uso del modello di fig.2.3.

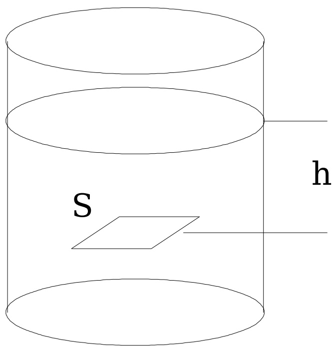


fig.2.3

Considerando una superficie S piana immersa nel liquido alla profondità h, il peso della colonna di liquido che grava su di essa è:

$$peso = m\, g = d\, V\, g$$

Il volume di liquido corrispondente è $V = S\, h$, e quindi:

$$peso = d\, S\, h\, g\ .$$

La pressione agente sulla superficie è allora:

$$p = \frac{peso}{S} = \frac{d\, S\, g\, h}{S} = d\, g\, h$$

Principio di Archimede

> Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta (forza) dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato.

Il principio di Archimede è una diretta conseguenza della legge di Stevino.

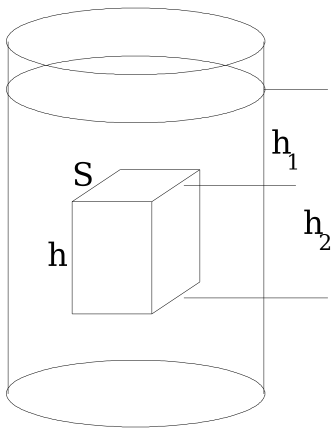


fig.2.4

Consideriamo infatti il modello di fig.2.4: il liquido esercita pressione su tutte le facce del parallelepipedo immerso in esso.
Le pressioni sulle superfici laterali però si annullano a due a due per simmetria; restano le pressioni p_1 sulla faccia superiore e la pressione p_2 sulla faccia inferiore, le quali valgono:

$$p_1 = d\, g\, h_1 \qquad \text{e} \qquad p_2 = d\, g\, h_2$$

ove d è la densità del liquido.
La forza verticale complessiva agente sul corpo, dovuta al fatto che la pressione dal basso è superiore alla pressione dall'alto, vale:

$$F_2 - F_1 = p_2 \cdot S - p_1 \cdot S = d\, g\, (h_2 - h_1)\, S = d\, g\, V = S_A$$

ove V rappresenta il volume del parallelepipedo. Tale forza è la spinta di Archimede S_A. Questa dipende perciò dalla densità del fluido e dal volume di corpo immerso.
Un corpo omogeneo galleggia se la sua densità d_c è minore di quella del fluido d : in tal caso infatti, siccome il galleggiamento significa che la forza peso è esattamente bilanciata dalla spinta archimedea, deve essere

$$P = S_A$$

$$m\, g = d_c V\, g = d\, V_i\, g$$

e quindi

$$d_c\, V = d\, V_i\,.$$

Se $d_c<d$ dovrà essere $V_i < V$, e di conseguenza il galleggiamento.

2.6 Pressione atmosferica

L'atmosfera è un fluido e come tale esercita una pressione su tutta la superficie terrestre. La sua azione, come quella di qualunque altro fluido, si manifesta in tutte le direzioni (esperienza del bicchiere rovesciato).

Quanto vale la pressione che l'atmosfera esercita sulla superficie terrestre ?

Il primo a rispondere a questa domanda fu Evangelista Torricelli (1608-1647), in seguito ad un'esperienza divenuta assai famosa, realizzata nel 1644.
Torricelli riempì un lungo tubo di mercurio e lo capovolse, con l'estremità aperta, su una bacinella contenente lo stesso liquido (fig.2.5). Notò poi che la colonna di mercurio scendeva sempre, fino a posizionare il proprio livello ad una altezza h di circa 76 cm, lasciando vuota la parte superiore del tubo.

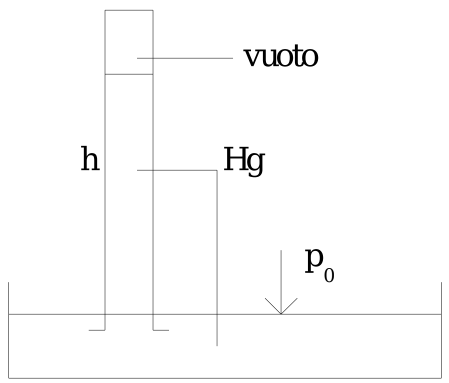


fig.2.5

Egli interpretò tale fenomeno dicendo che la pressione esercitata dall'atmosfera sulla superficie libera del liquido era proprio quella che impediva al tubo di svuotarsi e che bilanciava esattamente la pressione esercitata dalla colonna di mercurio.

Il valore della pressione atmosferica al livello del mare è quindi pari a quella esercitata da una colonna di mercurio alta 760 mm. Questo valore è convenzionale, dato che la pressione atmosferica effettiva dipende oltre che dall'altezza rispetto al livello del mare anche dalle transitorie condizioni atmosferiche.

Dalla legge di Stevino, la pressione esercitata dalla colonna di 76 cm di mercurio, metallo liquido di densità $13{,}59\times10^3$ kg/m^3, vale:

$$p = d\,g\,h = 13{,}59\cdot10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}760\ \mathrm{m} = 101320\ \mathrm{Pa}$$

Atmosfera è anche il nome di una unità di misura della pressione spesso usata, per definizione proprio la pressione esercitata da una colonna di mercurio di 760 mm. Più di rado si trova il *torr* o *mm di Hg*, la pressione esercitata da 1 mm di mercurio, mentre spesso, in particolare in meteorologia, si utilizza il *bar*, che equivale esattamente a 10^5 pascal, e che quindi è quasi la stessa cosa dell'atmosfera.

Riassumendo, le unità di misura della pressione sono:

1 pascal (Pa)	=	1 N/m^2		
1 atmosfera (atm)	=	101320 Pa	=	$1{,}013\cdot10^5$ Pa
1 mmHg	=	1 torr	=	133,3 Pa
1 bar	=	10^5 Pa		
1 mbar	=	10^2 Pa		

L'apparato di Torricelli costituisce un esempio di *barometro*, cioè di uno strumento che misura la pressione di un fluido.

Il *tubo ad U* è un altro dispositivo che permette il confronto di pressioni.

Con riferimento alla fig.2.6, il tubo è riempito inizialmente ad esempio solo con mercurio; successivamente su un ramo si versa un altro liquido di densità diversa (e inferiore). Si ottengono sui due rami livelli diversi di riempimento. Comune ad entrambi i rami dovrà però essere la pressione misurata in corrispondenza del livello inferiore del mercurio, cioè:

$$p_1 = p_2$$

$$p_0 + d_1 g\, h_1 = p_0 + d_2\, g\, h_2$$

dove si è tenuto conto che sulle superfici libere dei due rami agisce anche la pressione atmosferica p_0.

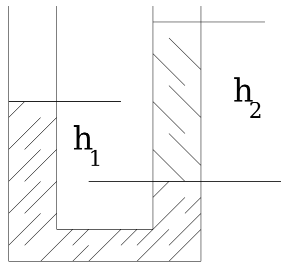


fig.2.6

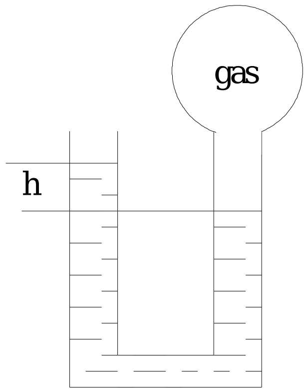


fig.2.7

Un'altra situazione tipica si incontra collegando un ramo del tubo ad un contenitore contenente gas (fig.2.7). In tal caso la differenza di livello del mercurio permette di ottenere la pressione del gas. Infatti, le pressioni nei due rami, misurate in corrispondenza del livello minimo del mercurio, si devono equilibrare:

$$p_0 + d\, g\, h = p_{\mathrm{gas}}$$

2.7 Temperatura ed equilibrio termico

Tutti possediamo i concetti di *caldo* e *freddo* che deriviamo dalla vita quotidiana. Sappiamo anche che i vari corpi (e noi stessi) hanno la capacità di trasmettere il loro 'caldo' e il loro 'freddo' ad altri corpi vicini. E' possibile introdurre una grandezza fisica che ci permetta di valutare queste sensazioni ?
Tale grandezza fisica è la *temperatura*: essa ci permette di misurare oggettivamente le caratteristiche termiche dei corpi, permettendoci di dire quanto essi siano caldi o freddi.
Riscaldandosi un corpo generalmente si dilata. L'entità della dilatazione dipende dalla natura del corpo: i solidi si dilatano meno dei liquidi e questi meno dei gas.
Il fenomeno della dilatazione ci permette allora di pensare ad uno strumento che, in base all'entità della stessa, possa definire una misura di temperatura; chiameremo *termometro* ogni strumento di questo tipo. I termometri più usati sono quelli in cui si misura la dilatazione termica del mercurio (termometri a mercurio). Convenzionalmente si attribuisce la temperatura di 100 gradi centigradi (100 °C) all'acqua in ebollizione in condizioni standard e di 0 °C al ghiaccio fondente: resta così definita la scala centigrada o scala Celsius, che è poi possibile estendere a temperature superiori a 100 °C e inferiori a 0°C.
E' spesso però usata un'altra scala, adottata nel Sistema Internazionale, delle temperature assolute o Kelvin, che si ricava dalla scala Celsius mediante la relazione:

$$T = T_C + 273{,}15$$

dove T è la temperatura assoluta e T_C la temperatura centigrada. Il grado Kelvin è anzi unità

fondamentale del SI.
Esistendo in natura una temperatura minima di -273,15 °C, la scala Kelvin permette di introdurre il concetto di zero assoluto della temperatura e di non ricorrere a temperature negative. Comunque il grado centigrado è identico al grado assoluto, e con esso ogni differenza di temperatura.
Il principio di funzionamento di un termometro è basato sul fatto che due o più corpi, posti a contatto, interagiscono sino a raggiungere la stessa temperatura (temperatura di equilibrio): si dice che essi sono in *equilibrio termico*.
Tutti i corpi, in effetti, interagendo si scambiano *calore*: il trasferimento di calore, che come vedremo più avanti è una particolare forma di energia, è il responsabile delle variazioni di temperatura dei corpi.
Calore e temperatura non sono la stessa cosa, e la temperatura non è una misura del calore. Il calore infatti non si misura con un termometro, mentre la temperatura è appunto rilevata con questo strumento.

2.8 Dilatazione termica

Un corpo, se riscaldato, tende generalmente ad aumentare il proprio volume (esistono però delle eccezioni a questo comportamento).
Consideriamo ad esempio una sbarra solida di materiale omogeneo avente, alla temperatura T_0 la lunghezza l_0. Riscaldando la sbarra fino alla temperatura T, essa si dilata raggiungendo la lunghezza l. La legge empirica che regola il fenomeno è:

$$\Delta l = l - l_0 = \lambda l_0 (T - T_0) = \lambda l_0 \Delta T$$

dove λ rappresenta una costante di proporzionalità che prende il nome di *coefficiente di dilatazione lineare* e che dipende dalla natura del materiale.
Se consideriamo oggetti che abbiano non solo una ma due (superfici) o tre (volumi) dimensioni rilevanti, otteniamo delle leggi di dilatazione superficiale o volumetrica del tutto analoghe a quella della dilatazione lineare:

$$\Delta S = 2\lambda S_0 \Delta T$$

$$\Delta V = 3\lambda V_0 \Delta T$$

nelle quali i coefficienti di dilatazione termica superficiale e volumetrica sono rispettivamente il doppio ed il triplo di quello lineare.

Esercizi Capitolo 2

1. Esegui le seguenti trasformazioni di unità di misura:

a	-	10^{-5} kg	=	N	
b	-	10^{6} Pa	=	atm	
c	-	0,2 kg_p/dm^2	=	Pa	
d	-	0,2 N/mm^2	=	kg_p/dm^2	
e	-	10^{-5} N	=	kg_p	
f	-	100 m/s	=	km/h	
g	-	10^{6} a.l.	=	m	(a.l. = anno luce)
h	-	2 g/litro	=	mg/cm^3	

2. Scrivi i numeri seguenti in notazione esponenziale:

a	-	0,023	=
b	-	56784,7	=
c	-	1/23076	=
d	-	4582^2	=
e	-	1/0,0004	=

3. Trasforma le seguenti densità in kg/dm^3:

a	-	830 g/l	=	(l = litro)
b	-	200 g/m^3	=	
c	-	$3 \cdot 10^5 g/cm^3$	=	
d	-	10^{-9} mg/mm^3	=	

4. Una stella a neutroni ha una massa di $6{,}05 \cdot 10^{22}$ kg ed un volume di 900 km^3. La densità di tale stella è:

[$6{,}72 \cdot 10^{10}$ kg/m^3]

5. Esprimi la densità dell'acqua in mg/mm^3.

[1]

6. Se un corpo viene allontanato dalla Terra, la sua massa subisce variazioni?

[resta invariata]

7. Un oggetto omogeneo cubico ha una densità di 7,2 g/cm^3 ed uno spigolo di 6 dm. Trova il peso di questo oggetto.

[$1{,}524 \cdot 10^4$ N]

8. Sapendo che mediamente un dm^3 di corpo umano ha una massa di un kg, calcola il volume in m^3 del corpo di una persona avente la massa di 70 kg.

[0,07 m^3]

9. Ricava la massa di un cilindretto di ferro, di diametro 3 cm e altezza 6 cm, sapendo che la densità del ferro è pari a 7850 kg/m^3.

10. Trova l'ordine di grandezza del numero di molecole contenute in un litro d'acqua, sapendo che in 18 g sono contenute $6 \cdot 10^{23}$ molecole (densità 1000 kg/m^3).

[$1{,}85 \cdot 10^{27}$]

11. Raddoppiando il raggio di una sfera che cosa succede al suo volume?

12. Una sfera cava ha un raggio esterno di 10 cm ed uno interno di 9 cm, ed è costituita da una sostanza di densità pari a 8 kg/dm^3. Quanto vale la massa della sfera?

[9,1 kg]

13. Valuta quanti protoni e neutroni sono contenuti in 1 mg di materia, sapendo che la loro massa vale $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, e che il contributo degli elettroni è trascurabile.

[$6 \cdot 10^{20}$]

14. Hai a disposizione una bilancia a due piatti e le seguenti masse tarate:

1 massa da 50 g	1 massa da 5 g
2 masse da 20 g	2 masse da 2 g
1 massa che si suppone da 10 g	1 massa da 1 g

Indica tre diversi modi per verificare se la massa di cui non si conosce la taratura è effettivamente da 10 g.

15. Abbiamo misurato la massa di un oggetto ponendolo sul piatto *sinistro* di una bilancia a giogo. La posizione dello zero a piatti scarichi era di 1 a destra (+1); a piatti carichi, avendo posto masse per 35,450 g sul piatto *destro*, la posizione dell'ago è 1,5 a sinistra (-1,5). Aggiungendo 50 mg per il calcolo della sensibilità sul piatto *destro*, l'ago si sposta su 0,5 a sinistra (-0,5).
Quanto vale il risultato della nostra misura?

[35,575 ± 0,050 g]

16. L'accelerazione di gravità g si può calcolare usando la relazione: $g = 4p^2 l/T^2$, dove l è la lunghezza di un pendolo semplice e T il suo periodo di oscillazione. Quale delle seguenti espressioni di T è corretta ?

a - $4\pi^2 \dfrac{l}{g}$ b - $\sqrt{4\pi^2 \dfrac{g}{l}}$

c - $\sqrt{4\pi^2 \dfrac{l}{g}}$ d - $\sqrt{\dfrac{l}{4\pi^2 g}}$

[c]

17. Un gas di densità uguale a $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ g/cm^3 è contenuto in un pallone sferico avente il

raggio di 20m. Qual è la massa del gas ?

[$5{,}03 \cdot 10^4$ kg]

18. Una molla si allunga di 30 mm quando viene tirata con una forza di 30 N. Quanto vale la sua costante elastica?

[1000 N/m]

19. Una molla lunga 10 cm raddoppia la sua lunghezza quando viene tirata con una forza di 2 N. Quanto vale la sua costante elastica?

[20 N/m]

20. Supponendo che la tua massa sia di 60 kg e la superficie totale dei tuoi sci di 3000 cm^2, quanto vale la pressione che eserciti sulla neve?

[1960 Pa]

21. Una monetina avente il diametro di 6 cm giace sul fondo di una piscina alla profondità di 10 m. Trova la forza che l'acqua esercita sulla sua superficie.

[277 N]

22. La pressione di 20 Pascal equivale a:
a - 20 kg/m^2
b - 0,2 mbar
c - 0,2 bar
d - 0,2 N/cm^2

[b]

23. Due recipienti aventi forma diversa contengono uguali volumi di uno stesso liquido. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
a - le pressioni sul fondo dei recipienti sono uguali
b - le forze esercitate dai liquidi sul fondo dei recipienti sono uguali
c - i pesi dei due liquidi sono uguali
d - la pressione è maggiore sul fondo del recipiente avente maggiore volume

24. Trova la pressione a cui è sottoposto un sommozzatore a 20 m di profondità in acqua dolce (tieni conto anche della pressione atmosferica esterna).

[300000 Pa]

25. Considera un torchio idraulico con superfici S_1 = 100 cm^2 e S_2 = 20 cm^2. Disponendo di una forza F_1 di 100 N agente su S_1, qual è il valore massimo della massa appoggiata su S_2 che può essere sollevata?

[2 kg]

26. Una sfera cava di metallo ha il raggio esterno di 10 cm e quello interno di 9 cm. Se posta in acqua la sfera galleggia, immersa per metà del proprio volume. Quanto vale la densità del metallo di cui la sfera è costituita ?

[1,85 kg/dm^3]

27. Un cilindro omogeneo ha raggio ed altezza di 10 cm e, posto in acqua, galleggia immerso per due quinti del proprio volume. Quanto vale la densità della sostanza di cui è costituito?

[400 kg/m^3]

28. In un ramo di un tubo ad **U**, inizialmente contenente solo mercurio (d=13,6 g/cm^3), viene versato un liquido in modo tale che l'altezza della colonna di liquido sia di 20 cm e la differenza tra i livelli nei due rami del tubo sia di 18 cm. Quanto vale la densità del liquido?

[1,36 kg/dm^3]

29. Un filo di rame è lungo 30 m a 0°C, ed il coefficiente di dilatazione del rame vale $17{,}5 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}. Di quanto si allunga quando la temperatura sale a 30°C ?

[16 mm]

30. Una barra di metallo, della lunghezza di 50 cm alla temperatura di 300 K, deve essere dilatata termicamente del 4%. Il coefficiente di dilatazione lineare del metallo vale $2 \cdot 10^{-4}$ K^{-1}. A quale temperatura deve essere portata la barra?

[227 °C]

31. Una sbarra di rame ($\lambda = 17{,}5 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}) alla temperatura di 270 K è lunga 20 cm. Quanto vale la sua lunghezza alla temperatura di 150 C?

[20,05 cm]

32. Una sbarretta di rame lunga 80 cm ha una temperatura iniziale di 15 °C e viene riscaldata fino a 165 °C. Misurandone la lunghezza si trova allora un valore di 80,21 cm. In base a questi dati quanto vale il coefficiente di dilatazione del rame?

[$17{,}5 \cdot 10^{-6}$ °C]

Capitolo 3

Atomi, Forze, Sostanze

3.1 Struttura dell'atomo

La materia è fatta di atomi. Questa è l'ipotesi atomica, che ha dominato la fisica e la chimica del ventesimo secolo e che continua ad essere la base su cui è fondata la scienza contemporanea.
La parola atomo significa indivisibile (dal greco a-tomo, cioè privo di parti) ma noi ora sappiamo che l'atomo possiede una struttura interna più profonda. L'atomo è fatto di un *nucleo* e di *elettroni* che gli orbitano attorno (fig.3.1a).

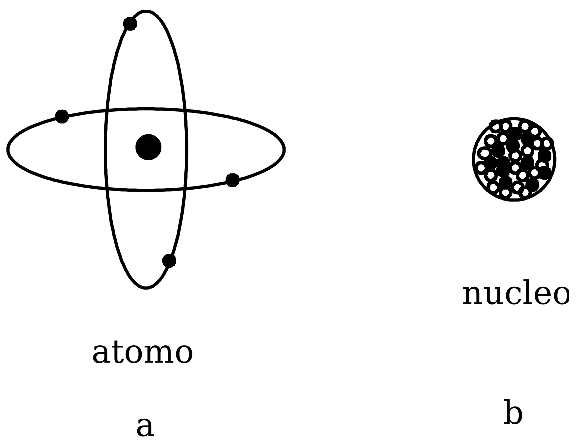


fig.3.1

Allo stato attuale delle conoscenze gli elettroni sembrano essere particelle elementari, prive cioè di struttura, mentre il nucleo sappiamo essere composto da *protoni* e *neutroni*, entrambi detti *nucleoni* (fig.3.1b). Questi non sono elementari, ma a loro volta sono degli aggregati di *quark*: ogni nucleone è infatti formato da tre quark (fig.3.2).
I quark non sono tutti eguali, ne esistono di diverso tipo; la materia ordinaria contiene comunque solo quark di due specie: *up* e *down*. Un protone infatti è composto da due quark up e un quark down; un neutrone è composto da un quark up e due quark down.

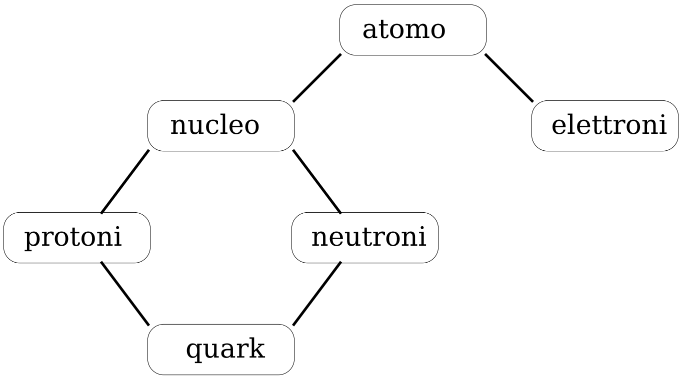


fig.3.2

Tutte queste particelle, oltre che dalla massa sono caratterizzate anche dal possedere altre caratteristiche, in primo luogo la carica elettrica. Tale proprietà si presenta in natura in modo duale: esistono cioè due tipi di carica, che convenzionalmente chiamiamo carica positiva e carica negativa. Ciò distingue la carica dalla massa, la quale si manifesta mediante un'unica modalità: non esiste una massa negativa. Detta e la carica elementare posseduta dai protoni, le cariche elettriche possedute dalle particelle che più ci interessano sono:

protone	$+e$
neutrone	0
elettrone	$-e$
quark up	$+2/3e$
quark down	$-1/3e$

Come vedremo più avanti, la carica nel SI si misura in Coulomb (C); la carica elementare in tale unità vale:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

Abbiamo detto che un atomo è sostanzialmente fatto di un nucleo, aggregato di protoni e neutroni, e di elettroni. I valori delle masse di protoni, neutroni ed elettroni sono riportati in appendice. Come si può vedere il protone ed il neutrone hanno all'incirca la stessa massa, mentre l'elettrone è circa duemila volte meno pesante (più precisamente meno massivo). Quindi quasi tutta la massa di un atomo è concentrata nel suo nucleo.

In condizioni normali il numero di elettroni è esattamente pari al numero di protoni: tale numero prende il nome di *numero atomico*, ed è il numero che si utilizza per classificare le varie specie atomiche.

Il numero dei neutroni del nucleo è circa uguale a quello dei protoni per gli atomi più leggeri, ma tende a superarlo per gli atomi più pesanti. Il numero complessivo dei nucleoni (protoni più neutroni) prende il nome di *massa atomica* o *peso atomico*.

Tale grandezza viene generalmente espressa in u.m.a., unità di massa atomica, a volte indicata anche con u, che equivale praticamente alla massa del protone.

In natura esiste un centinaio di atomi di tipo diverso (*elementi*), che noi classifichiamo in base al numero atomico dando origine alla cosiddetta *tavola periodica degli elementi* (vedi appendice).

Il fatto che le diverse specie atomiche siano limitate ad un centinaio trova spiegazione nella natura delle forze che determinano la struttura atomica (vedi 3.3).
Per quale motivo utilizziamo il numero atomico, piuttosto che il peso atomico, per distinguere gli atomi tra loro? La risposta è che le proprietà chimico-fisiche di un atomo sono essenzialmente determinate dalla struttura elettronica dell'atomo e quindi dal suo numero atomico. Atomi che possiedono lo stesso numero atomico ma hanno un differente numero di neutroni presentano le stesse proprietà chimico-fisiche e prendono il nome di *isotopi* (dal greco iso-topos, stesso posto), essendo rappresentati dallo stesso elemento della tavola periodica.
Due parole sulle dimensioni: un atomo è estremamente piccolo. La dimensione tipica è dell'ordine di 10^{-10} m (tale valore prende il nome di Amstrong, Å, unità di misura spesso usata in fisica atomica). Circa centomila volte più piccolo è il nucleo, dell'ordine quindi di 10^{-15} m. Quindi la maggior parte del volume atomico è vuoto.
Può essere interessante sapere che gli atomi di cui siamo fatti noi e gli oggetti che ci circondano derivano tutti dalla *nucleosintesi* che avviene all'interno delle stelle, in particolare nella parte terminale della loro vita: in altre parole siamo polvere di stelle.

3.2 Molecole

Le *molecole* sono aggregati di atomi. Nei casi più semplici una molecola può essere costituita da due o tre atomi, come nel caso dell'acqua (fig.3.3), ma arriviamo ad avere molecole enormemente complesse costituite da centinaia di migliaia di atomi, come nel caso del DNA.

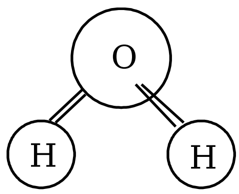


fig.3.3

Esiste un numero praticamente infinito di molecole, a differenza del caso degli atomi. Oltre alle molecole naturali esistono anche quelle sintetizzate artificialmente (es. plastiche) e non ci sono motivi che possano limitare il loro numero.
Una molecola è caratterizzata da una grandezza detta *peso molecolare*, che è semplicemente la somma dei pesi atomici di tutti gli atomi che la costituiscono. Ad esempio il peso molecolare dell'acqua è 18, dato che una molecola è costituita da due atomi di idrogeno (ciascuno di peso atomico 1) e un atomo di ossigeno (di peso atomico 16).
Il peso molecolare è importante perché è legato al concetto di *mole*.
Per definizione, una mole è una quantità di sostanza che contiene un numero di entità elementari (molecole o atomi) pari al cosiddetto *numero di Avogadro*. Questo numero è dato dal numero di atomi contenuti in 12 grammi dell'isotopo 12 del carbonio, e vale:

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$$

L'unità di misura della mole nel SI si indica con mol.
Possiamo anche dire che una mole è una quantità di massa di una sostanza che è pari, in *grammi*, al peso molecolare delle molecole che compongono la sostanza. Si usa spesso misurare perciò il peso molecolare in grammi/mole (g/mol). Tornando all'esempio precedente, 18 grammi d'acqua costituiscono una mole d'acqua.

3.3 Forze Fondamentali

In natura esistono quattro tipi di forze (o interazioni) fondamentali; tutte le altre non sono che particolari manifestazioni di queste. In ordine di intensità decrescente sono riportate nella tabella seguente.

interazione	intensità relativa	manifestazione	raggio d'azione
nucleare forte	1	struttura nucleare	10^{-15}m
elettromagnetica	10^{-2}	mondo ordinario	infinito
nucleare debole	10^{-5}	radioattività	10^{-17}m
gravitazionale	10^{-40}	cosmo	infinito

Le uniche di cui abbiamo diretta esperienza nel nostro mondo macroscopico sono la forza gravitazionale e quella elettromagnetica, che sono in grado di far sentire la loro azione a qualunque distanza. Basti pensare che la forza gravitazionale, che è di gran lunga la più debole di tutte, è comunque responsabile della struttura globale del nostro universo. Le due forze nucleari sono in grado di far sentire la loro azione solo all'interno del nucleo atomico.

La forza gravitazionale è una forza che agisce tra due masse qualsiasi ed è sempre attrattiva. E' direttamente proporzionale alle masse ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza e la legge che l'esprime è detta, seguendo Newton, *legge di gravitazione universale*:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

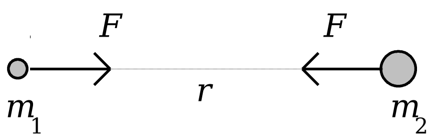


fig.3.4

G è una costante di proporzionalità, detta *costante di gravitazione universale*, che nel SI vale $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$. Immaginando per semplicità di aver a che fare con oggetti sferici, *r* è la distanza tra i centri delle due masse.

Come appare dalla fig.3.4, è da sottolineare che in natura le forze nascono sempre a coppie, mai singolarmente: come la massa m_1 attrae la massa m_2 con una forza di intensità F, così m_2 attrae m_1 con una forza della stessa intensità.
Il peso che ci tiene legati alla Terra, la rotazione della Luna attorno al nostro pianeta, la rotazione di tutti i pianeti del sistema solare attorno alla stella Sole, la rotazione del Sole attorno al centro della Via Lattea, sono tutte manifestazioni della forza di gravità.
Come già detto nel precedente capitolo il peso di una massa m si ottiene moltiplicando il valore della massa per l'accelerazione di gravità g. Dal punto di vista della legge di gravitazione universale il peso di una massa sulla superficie terrestre si può considerare come la forza di attrazione tra la massa e la Terra, ad una distanza pari al raggio terrestre:

$$peso = forza\ gravitazionale$$
$$mg = G\frac{mM_T}{R_T^2}$$

quindi:

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$$

da cui si capisce esattamente da che cosa dipende il valore della costante g, e cioè dalla massa e dal raggio terrestri.

La forza elettrica è una forza che agisce tra due cariche elettriche qualsiasi ed è attrattiva se le cariche sono di segno opposto, repulsiva se sono dello stesso segno. E' direttamente proporzionale alle cariche ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

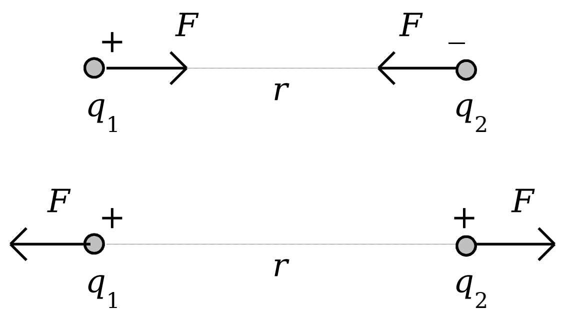


fig.3.5

K è una costante di proporzionalità che nel SI vale $9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. La maggior parte delle forze che sperimentiamo (forze di attrito, forze elastiche, viscose, ecc.) è fondamentalmente di natura elettromagnetica. Anche nella struttura atomica questa forza gioca un ruolo determinante, dato che tiene gli elettroni, di carica negativa, legati al nucleo, di carica positiva. I legami tra gli atomi, che danno origine alla formazione delle molecole, sono pure di natura elettromagnetica.

Esercizio
Confronto tra la forza elettrica e la forza gravitazionale che si esercitano tra il protone e l'elettrone nell'atomo di idrogeno.

$$F_e = K\frac{q_p q_e}{r^2} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^2}{\left(0{,}5\cdot 10^{-10}\right)^2} = 9\cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

$$F_g = G\frac{m_p m_e}{r^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}{\left(0{,}5\cdot 10^{-10}\right)^2} = 4\cdot 10^{-47}\ \text{N}$$

Da questi risultati si vede che la forza elettrica è enormemente superiore a quella gravitazionale.

Le forze nucleari, come dice il nome stesso, agiscono solo all'interno del nucleo atomico.
La forza nucleare forte è la responsabile dell'esistenza dei nuclei atomici: se non ci fosse, i nuclei non potrebbero esistere, in quanto protoni e neutroni non potrebbero stare assieme in un piccolissimo volume; anzi, i protoni respingendosi provocherebbero loro stessi la disgregazione del nucleo. L'esistenza quindi di una forza superiore a quella elettromagnetica permette la formazione dei nuclei atomici.
Il numero di nuclei che si può così formare è però limitato ad un centinaio, quelli riportati nella tavola periodica degli elementi, dato che quando si mettono assieme un numero elevato di protoni la forza repulsiva elettromagnetica totale può riuscire a superare la forza nucleare attrattiva, rendendo così il sistema instabile. Questo avviene perchè la forza elettromagnetica agisce a qualunque distanza, mentre quella forte ha un raggio d'azione più limitato.
La forza nucleare debole è in generale responsabile dei fenomeni di radioattività e di certi particolari tipi di reazioni nucleari.

3.4 Stati della materia

La materia ordinaria si presenta in tre stati:

· *solido*, con forma e volume propri;
· *liquido*, privo di forma ma con volume proprio;
· *aeriforme*, privo sia di forma che di volume.

Questa classificazione è in realtà solo approssimativa perchè ad esempio un solido non possiede un volume ben definito, dato che il suo volume può cambiare con la temperatura, e neanche una forma precisa perchè è comunque in una qualche misura elastico.
Inoltre esiste una caso particolare di aeriforme, il cosiddetto stato di *plasma*, con caratteristiche così peculiari che per esso si parla di *quarto stato* della materia. Il plasma è un gas in cui gli atomi o le molecole si presentano in forma ionica, cioè con elettroni che si sono separati dagli atomi. Ciò può avvenire quando il gas è portato ad altissime temperature, come nelle stelle, o quando si fa avvenire una scarica elettrica in esso, come nei tubi al neon. La maggior parte della materia visibile dell'universo si presenta nello stato di plasma.
I passaggi di stato sono illustrati schematicamente nella fig.3.6.

fig.3.6

Lo stato solido è caratterizzato dal fatto che le forze di attrazione (di origine elettromagnetica) tra gli atomi sono piuttosto forti e fanno sì che ciascun atomo occupi una posizione abbastanza den definita nello spazio. Si può pensare che in un certo senso un solido sia paragonabile ad una struttura i cui elementi costituenti (gli atomi) siano tenuti assieme da molle elastiche, come schematizzato in fig.3.7.

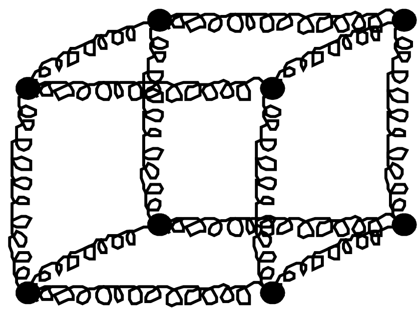


fig.3.7

Quando un solido viene riscaldato ad un certo punto il moto di agitazione termica che così si viene a determinare è in grado di rompere i legami tra gli atomi ed avviene il passaggio allo stato liquido. In tale stato in realtà esistono ancora legami tra gli atomi o le molecole (forze di coesione) più deboli però rispetto al solido. Anzi, il fatto che il volume dei liquidi sia pressochè costante, ci induce a pensare che i legami siano tali da far sì che le distanze tra le particelle rimangano sostanzialmente costanti.
Le densità dei solidi e dei liquidi hanno approssimativamente lo stesso ordine di grandezza (vedi tabella in appendice) che è pari a quello dell'acqua, e cioè di 1 g/cm^3 o 10^3 kg/m^3.
Il riscaldamento di un liquido porta ad un certo punto allo stato aeriforme, in cui le forze reciproche tra particelle sono trascurabili, eccetto che nel caso in cui si urtino, e queste possono muoversi liberamente nello spazio, tendendo adoccupare tutto il volume a loro disposizione.
La densità degli aeriformi, misurata alla pressione atmosferica, è circa mille volte inferiore alla densità caratteristica dei solidi e dei liquidi, e quindi di circa 1 kg/m^3.

3.5 Sostanze e soluzioni

Il termine *sostanza* indica della materia formata tutta dallo stesso tipo di molecole o atomi, che mantiene perciò a qualunque scala, le stesse caratteristiche fisiche e chimiche.
Non abbiamo quasi mai a che fare con sostanze allo stato puro, ma con composti e miscele (o

miscugli) di sostanze (fig.3.8).

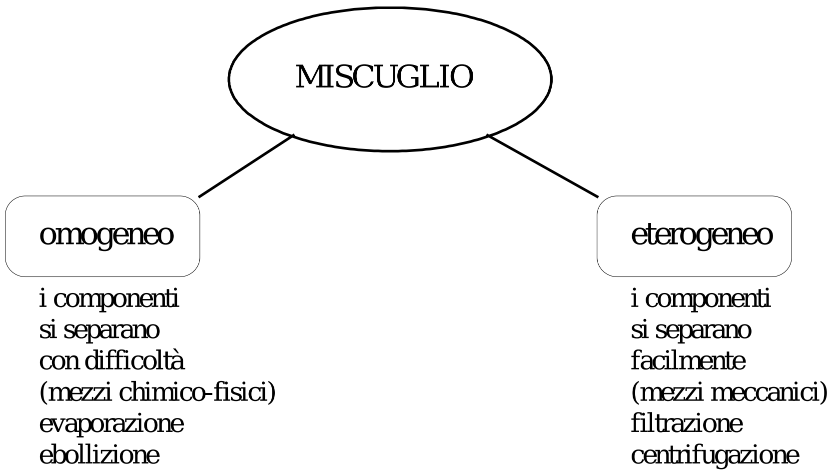


fig.3.8

Un caso particolare di miscela è la *soluzione*, un miscuglio omogeneo di due sostanze, il *soluto* (che viene sciolto) presente in quantità minore ed il *solvente* (che scioglie) presente in modo largamente maggiore. In laboratorio di chimica spesso utilizzeremo varie sostanze in forma di soluzione in acqua.
Per un diverso e più approfondito utilizzo dei termini precedenti si veda però la nota a fine capitolo del prof. R.Venco (ITP).
Le soluzioni sono caratterizzate da una grandezza, la *concentrazione*, che esprime il rapporto tra quantità di soluto e di solvente. Esistono vari modi di esprimere la concentrazione, dato che la quantità di materia può essere espressa in termini di massa, di volume o di mole. Bisogna quindi prestare attenzione di volta in volta al modo in cui è espressa una concentrazione.
Fra i casi possibili:

$$\frac{\text{massa soluto}}{\text{massa solvente}} \qquad \frac{\text{massa soluto}}{\text{massa soluzione}}$$

$$\frac{\text{volume soluto}}{\text{volume solvente}} \qquad \frac{\text{massa soluto}}{\text{volume solvente}}$$

$$\frac{\text{moli soluto}}{\text{litri soluzione}}$$

In particolare l'ultimo caso esprime la cosiddetta *molarità* della soluzione.
La concentrazione massima che si può ottenere di un soluto in un solvente prende il nome di *solubilità*. Esiste infatti un limite oltre il quale non è possibile sciogliere ulteriormente del soluto in un solvente, e tale limite dipende, oltre che dalla natura delle sostanze in oggetto, anche dalla temperatura del sistema. Generalmente più elevata la temperatura, più elevata sarà la solubilità: un esempio è riportato nella figura seguente, che mostra come varia la solubilità del nitrato di potassio con la temperatura.

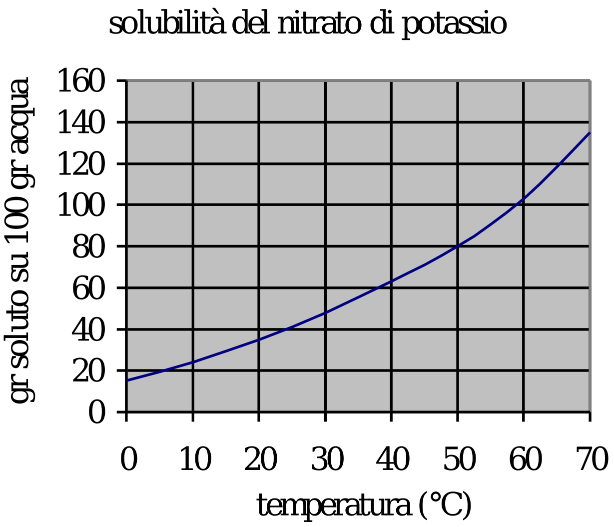


fig.3.9

Esercizio: Una soluzione in acqua contiene 90 g di fluoruro di potassio (KF). La sua concentrazione, espressa come (massa soluto/massa solvente) è del 15%.

Si deve determinare:

1 la massa del solvente;

2 le moli di soluto e di solvente presenti;

3 la concentrazione in (massa sduto/massa soluzione).

Soluzione: 1 basta impostare la semplice proporzione:

$$M_{KF} : M_{acqua} = 15 : 100$$

e trovare $M_{acqua} = M_{KF} \cdot 100/15 = 90\text{ g} \cdot 100/15 = 600\text{ g}$

2 il peso molecolare di KF è 58 g/mol, e quindi:

$$n_{KF} = (90\text{ g})/(58\text{ g/mol}) = 1{,}55\text{ mol}$$

il peso molecolare dell'acqua è 18 g/mol, e quindi:

$$n_{acqua} = (600\text{ g})/(18\text{ g/mol}) = 33{,}33\text{ mol}$$

3 la massa totale della soluzione risulta $M = 90\text{ g} + 600\text{ g} = 690\text{ g}$, quindi la concentrazione richiesta vale:

$$(90\text{ g})/(690\text{ g}) = 0{,}13 = 13\%$$

Esercizio: quanto fluoruro di potassio dovrà essere aggiunto alla soluzione dell'esercizio precedente affinchè la concentrazione (massa soluto/massa soluzione) diventi del 20%?

Soluzione: detta x la massa di KF da aggiungere, dobbiamo tener presente che tale massa va ad aumentare sia la massa di soluto che quella della soluzione. Allora potremo scrivere:

$$\frac{90+x}{690+x}=\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$$
$$(90+x)5=690+x$$
$$450+5x=690+x$$
$$4x=240$$
$$x=60\ \text{grammi}$$

Sostanze, soluzioni, e miscugli
(nota del Prof. R.Venco – ITP)

Le soluzioni sono sistemi omogenei o eterogenei.
Questo significa che possono essere costituite da unun ica fase (omogenee) o da più fasi (eterogenee).
Il termine sistema indica una determinata porzione di materia costituita da una o più sostanze.
Il termine fase definisce qualsiasi parte del sistema, omogenea, e fisicamente distinta, che sia separata dalle altre parti del sistema da superfici limite ben definite.
Tutti i sistemi omogenei sono quindi costituiti da unu nica fase; mentre quelli eterogenei sono costituiti da due o più fasi (bifasici, trifasici ,ecc.).
Le soluzioni omogenee sono quindi sistemi omogenei monofasici (costituiti cioè da ununica fase) a due o più termine componenti, dei quali uno detto solvente, funge da mezzo disperdente e l'altro (o gli altri), detto soluto, è disperso allo stato molecolare o ionico..
Le proporzioni dei componenti di una soluzione possono variare in modo continuo, almeno entro un certo intervallo; la separazione dei componenti può attuarsi mediante passaggi di stato fisico (evaporazione, distillazione, cristallizzazione ecc.).
Si possono avere soluzioni liquide o solide(leghe, acciai...); ma qui si tratterà delle liquide.
Nelle soluzioni liquide il solvente (o i solventi , possono essere più di uno) è sempre un liquido, il soluto o i soluti (possono essere più di uno) possono essere sostanze allo stato solido, liquido, o gassoso.
Soltanto in alcuni casi il soluto ed il solvente sono miscibili in tutte le proporzioni (ad esempio alcool etilico-acqua) ; ma nella maggioranza dei casi il soluto si scioglie nel solvente entro determinati limiti.
Così , mettendo in un solvente come l'acqua una sostanza (soluto) in essa solubile come zucchero o sale da cucina per esempio, si nota che la sostanza passa in soluzione. Se si aggiunge altra sostanza, essa continua a sciogliersi, mentre aumenta la concentrazione di essa della soluzione , fino al punto in cui il processo di solubilizzazione si arresta essendosi raggiunto uno stato di equilibrio.
Da questo punto la concentrazione del soluto nella soluzione è indipendente dalla quantità di sostanza solida a contatto con la soluzione (corpo di fondo) e dipende esclusivamente dalla temperatura.
Lo stato di equilibrio raggiunto si suole indicare col termine saturazione, e la soluzione in stato di equilibrio con il corpo di fondo si dice satura.
La solubilità di un soluto varia con la natura del solvente usato.
Se un soluto si trova in presenza di due o più solventi non miscibili tra di loro, esso si ripartisce fra i due solventi (A e B) in parti proporzionali ala sua solubilità tra i due solventi.
Si avrà cioè $Sa/Sb = K$, dove K è il coefficiente di ripartizione o costante di ripartizione del soluto nei due solventi; ed esprime la « legge di ripartizione di Nerst »
Esso è costante a temperatura costante.
Un soluto quindi , in una soluzione omogenea viene disciolto, solvatato, cioè disgregato in ioni positivi e negativi , come nel caso dei sali , dalle molecole del solvente oppure disgregato dal proprio reticolo cristallino in molecole ,(zucchero per esempio..).

Atomi e molecole di soluto perciò si disporranno nel volume della soluzione in modo assolutamente omogeneo; e la sua concentrazione in ogni punto è costante.
Le soluzioni eterogenee sono sistemi polifasici costituiti da due o più componenti che per la loro natura chimica non sono miscibili tra loro (es. acqua-olio; acqua- sabbia-esano; ecc..) e perciò rimangono fisicamente separati in due o più fasi appunto. Ogni fase di per sè, costituisce una fase omogenea.
I miscugli sono una mescolanza tra due o più sostanze fisicamente separate tra loro, ma non da superfici limite precise (es. sale-pepe; sabbia-sale ecc)
Non sono soluzioni di alcun tipo, in quanto in loro non è presente alcuna fase, ma sono semplicemente costituiti da un insieme disordinato di parti (cristalli ecc) di più sostanze diverse. Non ha senso perciò parlare di concentrazione di un soluto in un solvente e quindi in definitiva di soluzione.

Esercizi Capitolo 3

1. Calcola il numero di protoni, neutroni ed elettroni presenti in una molecola di metano (CH_4).

   [10, 6, 10]

2. Quanti elettroni e quanti neutroni sono contenuti in 180 g d'acqua ?
   (PA(H)=1, NA(H)=1, PA(O)=16, NA(O)=8)

   [$6 \cdot 10^{25}$ elettroni; $4{,}8 \cdot 10^{25}$ neutroni]

3. Una bombola di ossigeno (O_2 ha un volume di 10 litri. In essa il gas ha una densità di 3 kg/m^3. Trova le molecole contenute nella bombola.

   [$5{,}64 \cdot 10^{23}$]

4. $6 \cdot 10^{10}$ atomi di idrogeno si combinano con $2 \cdot 10^{10}$ atomi di azoto per formare $2 \cdot 10^{10}$ molecole di ammoniaca. Quanti atomi di idrogeno e di azoto ci sono in una molecola di ammoniaca ?

   [3 di idrogeno e 1 di azoto]

5. Spiega perchè molto spesso i pesi atomici degli elementi sono espressi mediante numeri non interi (ad esempio per il mercurio 200,59).

6. Un certo elemento contiene il 75,6% di atomi di massa 35 uma e il 24,4% di atomi di massa 37 uma; qual è la massa atomica dell'elemento? Di quale elemento si tratta?

   [35,5 uma; Cl]

7. Spiega la differenza tra il numero atomico ed il peso atomico di un elemento. Esiste qualche caso in cui queste due grandezze sono uguali ?

8. In quale dei seguenti modi è possibile calcolare la massa di una singola molecola ?
   a - dividendo la massa di una mole (in grammi) per il numero di Avogadro
   b - dividendo la massa di una mole (in kilogrammi) per il numero di Avogadro
   c - moltiplicando la massa di una mole (in kilogrammi) per il numero di Avogadro
   d - sommando le masse delle mdi di atomi presenti nella molecola

9. Determinare il numero di protoni contenuti in un grammo di ammoniaca (NH_3), sapendo che l'azoto (N) ha un peso atomico di 14 e un numero atomico di 7.

   [$3{,}5 \cdot 10^{23}$]

10. Un atomo di bromo (Br) ha massa maggiore di un atomo di idrogeno (H). Quale delle seguenti sostanze contiene il maggior numero di molecole ?

a - 1 g di CH_3Br
b - 1 g di CH_2Br_2
c - 1g di $CHBr_3$
d - 1 g di CBr_4

[a]

11. Quanti elettroni sono contenuti in 32 g di metano (CH_4) ?

[$1{,}2 \cdot 10^{25}$]

12. Una carica positiva $q = 10^{-6}$ C di massa incognita è tenuta sospesa da un'altra carica positiva $Q = 9{,}81 \cdot 10^{-5}$ C fissa, ad una distanza di 300 cm. Trova la massa di q.

[10 g]

13. La costante K della legge di Coulomb si misura nel sistema internazionale in:
a - $N \cdot m$
b - $N \cdot m^2/C^2$
c - $N \cdot C^2/m^2$
d - non ha unità di misura essendo un numero puro

[b]

14. Come deve essere modificata la distanza tra due cariche elettriche per raddoppiare la forza che si esercita tra esse?

[divisa per $\sqrt{2}$]

15. Che forza gravitazionale reciproca esercitano due masse sferiche di $2 \cdot 10^3$ kg ciascuna, i cui centri distano $3 \cdot 10^4$ m ?

[$2{,}96 \cdot 10^{-13}$ N]

16. Sapendo che il peso atomico dell'ossigeno è 16, il peso atomico dell'idrogeno è 1, il numero di Avogadro vale $6{,}023 \cdot 10^{23}$, quanto vale il numero di molecole contenute in 10 g di acqua?

[$3{,}35 \cdot 10^{23}$]

17. Con riferimento alla domanda precedente, se si fosse trattato di 10 g di acqua ossigenata (H_2O_2), ci sarebbero state più o meno molecole rispetto alla normale acqua ?

[meno]

18. La concentrazione di una soluzione di nitrato di potassio è di 40 g su 100 g di acqua. Se la soluzione ha una massa complessiva di 360 g, quanto vale la massa del solvente?

[103 g]

19. La solubilità a 20 °C del nitrato di sodio è di 87 g/100 g di acqua. Se si forma una soluzione a partire da 180 g di nitrato di sodio e 200 g di acqua, si otterrà un precipitato ?

Spiegare.

[sì]

20. Se F è la forza con cui si attraggono due corpi di massa m, quanto vale la forza di attrazione tra due corpi di massa m e $2m$, posti a distanza doppia ?

[$F/2$]

21. La forza gravitazionale tra due masse m_1 ed m_2, poste a distanza d l'una dall'altra, resta costante quando:

a - m_1 ed m_2 raddoppiano
b - raddoppiano sia m_1 che m_2 che la distanza d
c - m_1 raddoppia e la distanza d si dimezza
d - m_1 e d si dimezzano entrambe

[b]

22. Una carica q di $+10^{-7}$ C e di massa $m = 10$ g rimane in equilibrio sopra una carica Q di $+10^{-6}$ C. Trova la distanza tra le due cariche.

a - 3 cm
b - 3 m
c - 9,5 cm
d - 9,5 m

[9,6 cm]

23. Si vuole preparare una soluzione di alcol etilico in acqua al 75% (percentuale del volume di soluto sul volume di solvente). Se disponiamo di 150 ml di alcol, quanta acqua bisogna aggiungere ?

[200 ml]

24. Si devono preparare 200 g di soluzione di acqua zuccherata al 20% (percentuale della massa di soluto sulla massa di solvente). Quanti grammi di zucchero ci servono ?

[33]

25. In 20 cm^3 di acqua sono stati sciolti 6 g di NaCl. Il volume d'acqua è stato misurato tramite un cilindro graduato tarato in cm^3. La misura della massa di sale è affetta da un errore relativo pari a 0,008 (0,8%). Trova la concentrazione della soluzione (espressa in massa di soluto su massa di solvente).

[$0{,}300 \pm 0{,}017$]

26. Una soluzione di un sale in acqua deve essere diluita, in modo tale che la concentrazione passi dal 30% al 20% (massa soluto / massa soluzione). Avendo 500 g di soluzione al 30%, quanta *acqua* deve essere *aggiunta* per ottenere la nuova concentrazione ?

[250 g]

Capitolo 4

Cinematica

4.1 La descrizione del moto dei corpi

L'osservazione del movimento di moltissimi dei corpi che ci circondano è tra le più naturali e immediate che ciascuno di noi può fare.
La parte della meccanica che studia il moto, a prescindere dalle cause che lo producono, prende il nome di *cinematica* (dal greco *kinematos*, movimento).
In questo capitolo studieremo innanzitutto i moti più semplici, che si possono immaginare avvenire lungo una retta e che per questo vengono detti *unidimensionali*; poi vedremo, come esempio di moto *bidimensionale*, il moto circolare.
Le grandezze primitive da cui partiamo per studiare la cinematica sono la *posizione* ed il *tempo*: dobbiamo sapere innanzitutto dove un corpo (più semplicemente un punto) si trova ad un certo istante. Immaginiamo quindi di avere a disposizione un'asta graduata per misurare la posizione ed un orologio per misurare il tempo.
Avendo a che fare con moti rettilinei nel misurare la posizione dobbiamo decidere rispetto a quale punto di riferimento la definiamo: in altre parole dobbiamo decidere qual è l'origine del nostro asse delle coordinate. Analogamente, per la misura dei tempi, dobbiamo decidere qual è il nostro istante iniziale di riferimento. Abbiamo così a disposizione un sistema di coordinate spaziali e temporali.

4.2 Relatività del moto

Tutti i moti sono relativi. Questa osservazione non è certo altrettanto ovvia di quella fatta all'inizio del paragrafo precedente, ma è parimenti fondamentale e gravida di conseguenze.
Innanzitutto, che cosa significa ? Il dire che un corpo si trova in uno stato di quiete o di moto non equivale ad un giudizio assoluto, ma dipende dal riferimento che si utilizza per descrivere il moto. Il moto è quindi un concetto relativo, non assoluto.
Ad esempio, viaggiando in un treno, noi giudichiamo il nostro essere nel treno come uno stato di quiete, mentre diciamo che altre persone sedute a terra che vediamo dal finestrino sono in moto. Ovviamente le persone a terra daranno il giudizio opposto. Chi ha ragione? Entrambi i punti di vista sono corretti e legittimi!
E non sarebbe corretto dire che *in realtà* sappiamo che il treno sta viaggiando rispetto alla Terra, perchè anche il riferimento terrestre, che spesso assumiamo come naturalmente fermo, non lo possiamo certo dire fermo in assoluto, dato che il nostro pianeta ruota giornalmente attorno ad

un proprio asse, annualmente attorno al Sole, il Sole a sua volta ruota attorno al centro della nostra galassia, e non è finita qui.
Tutto questo significa che quando studiamo il moto dei corpi dobbiamo sempre specificare rispetto a quale riferimento facciamo ciò.

4.3 Velocità media ed istantanea

Consideriamo un punto che all'istante iniziale t_0 si trova nella posizione x_0 e che all'istante t si trova nella posizione x (fig.4.1). Definiamo *velocità media* nell' intervallo di tempo $\Delta t = t - t_0$ il rapporto tra lo spostamento $\Delta x = x - x_0$ e Δt stesso.

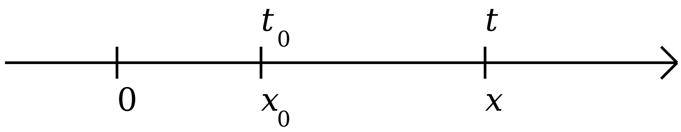


fig.4.1

$$\text{velocità media} = v_m = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocità è quindi un rapporto tra una lunghezza ed un tempo e pertanto, nel S.I., si misura in metri al secondo (m/s).
Tale grandezza ci dice di quanto varia la posizione nell'unità di tempo. Ad esempio, una velocità di 20 m/s, significa che in un secondo viene percorso uno spazio di 20 m.
E' esperienza comune che la velocità di un oggetto possa cambiare da un istante all'altro: per precisare e raffinare il concetto di velocità, si introduce allora la cosiddetta *velocità istantanea*: sempre in riferimento alla fig.4.1, se supponiamo di considerare l'istante t sempre più vicino a t_0, otteniamo quella che chiamiamo velocità all'istante t_0. Matematicamente ciò si scrive come:

$$\text{velocità istantanea} = v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Da un punto di vista pratico, comunque, ciò significa calcolare una velocità media considerando l'istante t molto vicino all'istante t_0.

4.4 Moto rettilineo uniforme

Il moto rettilineo uniforme (MRU) è un moto caratterizzato da una velocità costante, che non cambia cioè al passare del tempo. Allora il grafico tempo - velocità è del tipo mostrato in fig.4.2a, e cioè una retta parallela all'asse dei tempi.

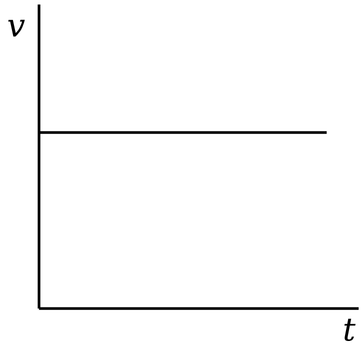


fig.4.2a

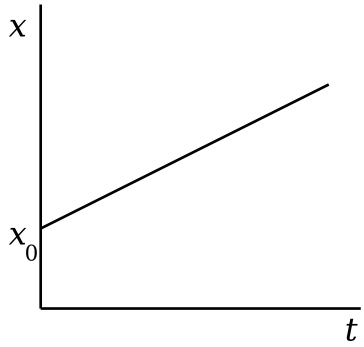


fig.4.2b

E' evidente che nel moto che stiamo considerando la velocità media (calcolata in un intervallo arbitrario) e la velocità istantanea coincidono.

Ogni moto è caratterizzato dalla cosiddetta *legge oraria*, cioè la legge matematica che lega la posizione (rispetto ad un determinato riferimento) al tempo. La legge oraria deve permettere di determinare ad ogni istante la posizione.

Quale sarà la legge oraria caratteristica del MRU?

Consideriamo la relazione che definisce la velocità media e supponiamo per semplicità che l'istante iniziale t_0 sia pari a zero (in tal caso $\Delta t = t$). La velocità è allora data da:

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{x - x_0}{t}$$

quindi

$$x - x_0 = vt$$

e perciò:

$$x = x_0 + vt \, .$$

Questa è la legge oraria che stiamo cercando. E' evidentemente una relazione lineare nella variabili indipendente t e dipendente x, che contiene come costanti caratterizzanti il moto la posizione iniziale x_0 e la velocità v. In quanto tale sarà rappresentata graficamente da una retta (vedi fig.4.2b) la cui pendenza è proprio legata alla velocità v.

Dal grafico della velocità è possibile ricavare anche un'importante informazione. Consideriamo due istanti t_1 e t_2, che corrispondono a due posizioni distinte x_1 e x_2. Lo spazio percorso tra i due istanti vale evidentemente:

$$x_2 - x_1 = x_0 + vt_2 - (x_0 + vt_1) = v(t_2 - t_1)$$

Tale risultato ammette una interpretazione geometrica tramite il grafico della velocità: dalla fig.4.3 è ovvio che la distanza percorsa è data dall'area del rettangolo sotteso dalla retta della velocità e compreso tra i due istanti t_1 e t_2.

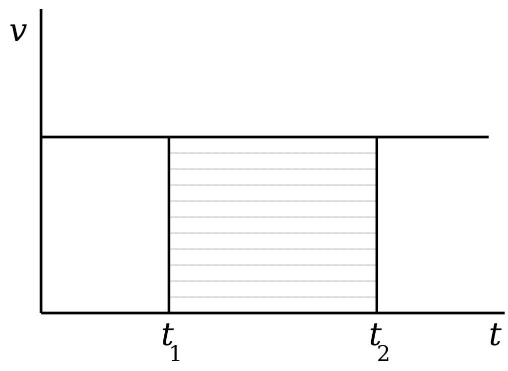


fig.4.3

Questa proprietà del grafico della velocità vale per qualunque tipo di moto, non solo nel caso del MRU.

4.5 Accelerazione media ed istantanea

Consideriamo un punto che all'istante iniziale t_0 possiede la velocità v_0 e che all'istante t ha la velocità v (fig.4.4). Definiamo *accelerazione media* nell' intervallo di tempo $\Delta t = t - t_0$ il rapporto tra la variazione di velocità $\Delta v = v - v_0$ e Δt stesso.

Attenzione: la parola accelerazione si scrive con due c, una l e una z!

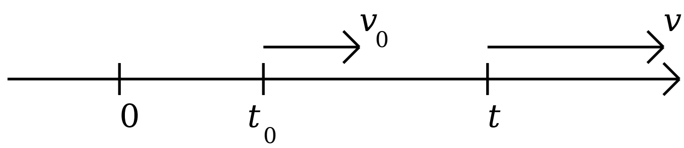


fig.4.4

$$\text{accelerazione media} = a_m = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

L'accelerazione è quindi un rapporto tra una differenza di velocità ed un tempo e pertanto, nel S.I., si misura in metri al secondo quadrato (m/s).

Tale grandezza ci dice di quanto varia la velocità nell'unità di tempo. Ad esempio, una accelerazione di 4 m/s, significa che ogni secondo la velocità varia di 4 m/s.

Anche in questo caso ha senso introdurre il concetto di *accelerazione istantanea*. Sempre in riferimento alla fig.4.4, se supponiamo di considerare l'istante t sempre più vicino a t_0, otteniamo quella che chiamiamo accelerazione all'istante t_0.

Matematicamente ciò si scrive come:

$$\text{accelerazione istantanea} = a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Da un punto di vista pratico, comunque, ciò significa calcolare una accelerazione media considerando l'istante t molto vicino all'istante t_0.

4.6 Moto uniformemente accelerato

Il moto rettilineo uniformemente accelerato (MUA) è un moto caratterizzato da una accelerazione costante; ciò conduce subito alla determinazione della legge con cui varia la velocità. Sempre in riferimento alla fig.4.4, consideriamo la relazione che definisce l'accelerazione media e supponiamo per semplicità che l'istante iniziale t_0 sia pari a zero (in tal caso $\Delta t = t$). L'accelerazione è allora data da:

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$$

quindi

$$v - v_0 = at$$

e perciò:

$$v = v_0 + at \, .$$

E' una relazione lineare tra v e t, con costanti v_0 e a, e quindi dovrà essere rappresentata in generale da una retta (fig.4.5). La pendenza della retta è determinata proprio dall'accelerazione a: la retta sarà crescente se $a>0$, decrescente se $a<0$ (vedi fig.4.6).

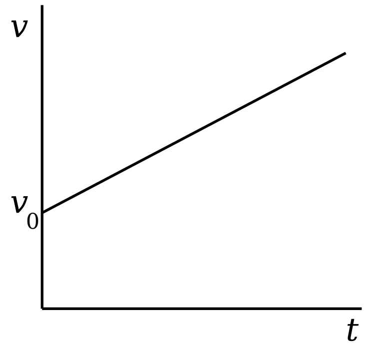


fig.4.5

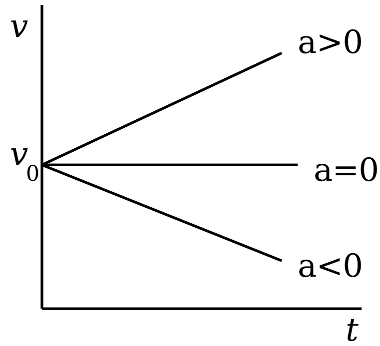


fig.4.6

Quale sarà la legge oraria caratteristica del MUA?
Per rispondere a tale domanda basta ricordare la proprietà generale del grafico della velocità in funzione del tempo, cioè il fatto che l'area sottesa dalla velocità tra due istanti rappresenta lo spazio percorso tra questi istanti. Nel caso del MUA è perciò sufficiente calcolare l'area di un trapezio, come mostrato nella fig.4.7. Supponendo che all'istante iniziale $t = 0$ la velocità sia v_0, lo spazio percorso s fino all'istante generico t, sarà dato da:

$$s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t = \frac{2v_0 t + at^2}{2} = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

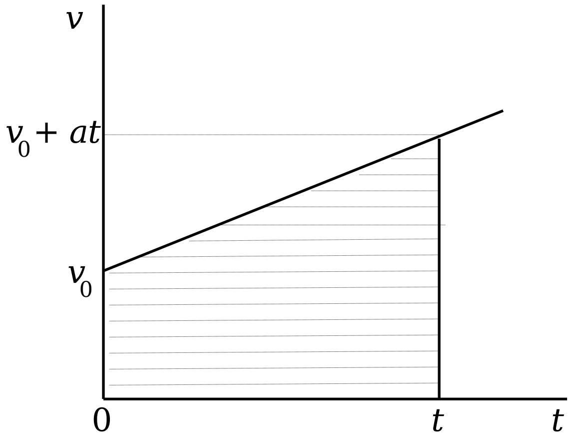


fig.4.7

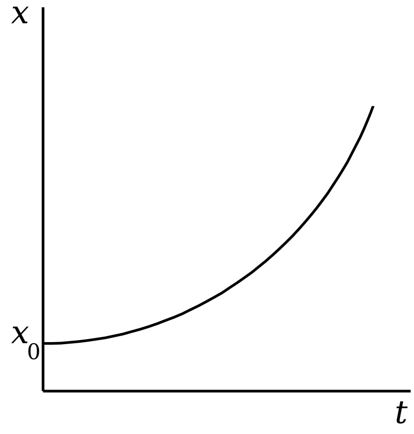


fig.4.8

Se all'istante iniziale la posizione è x, la legge oraria sarà allora data da:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Tale relazione è di secondo grado in t e di primo in x e come tale è rappresentata graficamente da una parabola (fig.4.8).

4.7 Caduta dei gravi

Se trascuriamo le forze di attrito, il moto di caduta verticale di ogni oggetto, qualunque sia la sua massa, avviene con accelerazione costante ed è quindi un moto uniformemente accelerato. Tale accelerazione è proprio l'accelerazione di gravità g = 9,8 m/s^2 che abbiamo già incontrato nel calcolo della forza peso.

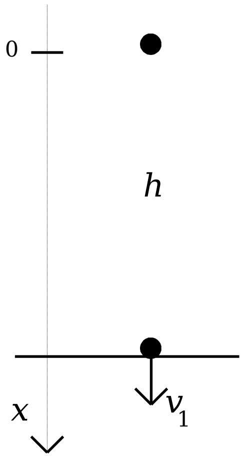
Consideriamo un oggetto, inizialmente fermo, che viene lasciato cadere da una certa altezza h (fig.4.9). Possiamo allora scrivere la legge oraria e la legge della velocità, che descriveranno il moto di tale grave, introducendo un immaginario asse di riferimento della posizione e specificando di questo verso e origine. Rispetto all'asse introdotto in fig.4.9, la legge della velocità si potrà scrivere come:

$$v = gt$$

mentre la legge oraria sarà:

$$x = \frac{1}{2} g t^2$$

dato che in tal caso la velocità e la posizione iniziali sono entrambe nulle.



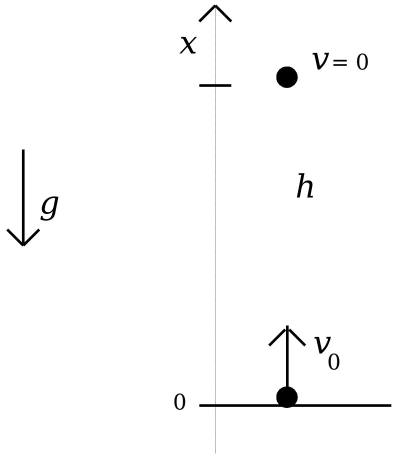


fig.4.9 fig.4.10

Volendo determinare ad esempio quanto tempo la massa impiega a cadere dall'altezza *h*, basterà sostituire nella legge oraria *x* con *h*, e risolvere l'equazione in *t*, ottenendo:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Si può così determinare la velocità con cui la massa tocca il suolo:

$$v_1 = gt_1 = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

Se studiamo un corpo lanciato verso l'alto con una certa velocità iniziale v_0, può essere conveniente introdurre un asse di riferimento come quello mostrato in fig.4.10, orientato verso l'alto. In tal caso l'accelerazione di gravità, essendo comunque rivolta verso il basso, si comporta come una decelerazione e deve essere considerata negativa. Le leggi della velocità e quella oraria si scriveranno allora:

$$v = v_0 - gt$$

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Per determinare il tempo di salita fino al punto più alto basta considerare il fatto che in tale posizione la velocità si annulla, $v = 0$, e quindi si ottiene subito che:

$$t_1 = \frac{v_0}{g}$$

L'altezza massima raggiunta si troverà sostituendo tale valore nella legge oraria, ottenendo:

$$h = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$$

4.8 Esempi di moto vario

Consideriamo il moto di un oggetto la cui velocità varia nel tempo secondo il grafico riportato in fig.4.11. Tale moto è suddivisibile in tre fasi:

- la fase I di moto uniformemente accelerato;
- la fase II di moto uniforme;
- la fase III di moto uniformemente decelerato.

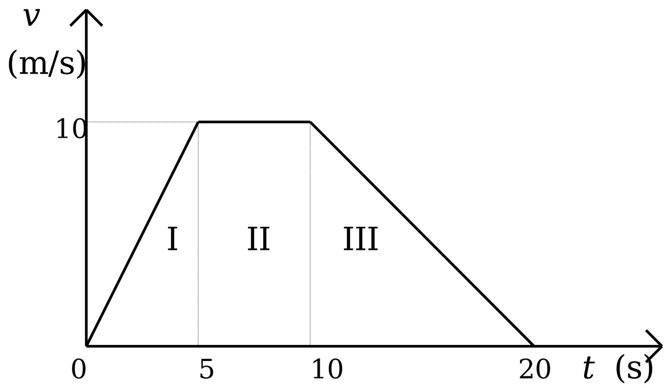


fig.4.11

Nella fase I l'accelerazione sarà data da: $a_{\mathrm{I}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{5-0} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

lo spazio percorso sarà dato dall'area del primo triangolo del grafico, cioè 25 m,

la velocità media da: $v_{\mathrm{I}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{25\mathrm{m}}{5\mathrm{s}} = 5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Nella fase II l'accelerazione è nulla e la velocità costante, 10 m/s.

Lo spazio percorso sarà dato dall'area del rettangolo del grafico, cioè 50 m.

Nella fase III l'accelerazione sarà data da: $a_{\mathrm{III}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{20-10} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = -1 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

lo spazio percorso dall'area del secondo triangolo del grafico, cioè 50 m,

la velocità media da: $v_{\mathrm{III}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50\mathrm{m}}{10\mathrm{s}} = 5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

La velocità media complessiva <u>non è la media delle velocità</u>, ma il rapporto tra lo spazio totale percorso ed il tempo impiegato, cioè:

$$v_{\mathrm{media}} = \frac{\text{spazio totale}}{\text{tempo totale}} = \frac{25+50+50}{20} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}75 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Quanto vale l'accelerazione media totale?
Sapresti, a partire dal grafico della velocità, costruire il grafico della posizione nel tempo, supponendo che l'oggetto si trovi nell'origine all'istante iniziale?

Consideriamo ora il moto di due punti A e B, che si muovono di moto rettilineo uniforme in senso opposto, come indicato in fig.4.12, la quale fotografa la situazione all'istante iniziale $t = 0$. La velocità del punto B risulta negativa perchè B si muove verso sinistra, in senso opposto all'orientazione dell'asse x.

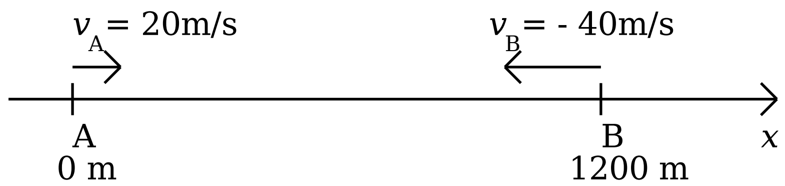


fig.4.12

Dopo quanto tempo ed in quale posizione si incontreranno i due punti?
La legge oraria di A, tenendo conto che A parte dall'origine, è:

$$x_A = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}t$$

mentre quella di B, che si trova inizialmente 1200 m più a destra, è:

$$x_B = 1200\mathrm{m} - 40\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}t$$

I due punti si incontrano quando le loro posizioni coincidono, cioè quando:

$$\begin{aligned} &x_A = x_B \\ &20t = 1200 - 40t \qquad 60t = 1200 \\ &t = 20\mathrm{s} \end{aligned}$$

La posizione in cui si incontrano sarà: $x_A = x_B = 20\mathrm{m/s} \times 20\mathrm{s} = 400$ m.
Tale problema può anche essere affrontato graficamente, disegnando in uno stesso grafico le rette che rappresentano le leggi orarie dei due punti. In fig.4.13 è proprio mostrato tale grafico: la retta uscente dall'origine e crescente rappresenta il punto A, mentre quella decrescente il punto B.

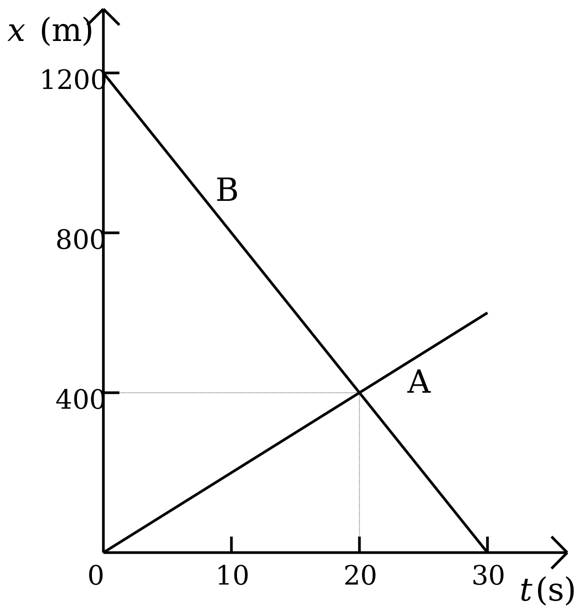


fig.4.13

Il punto di intersezione tra le due rette ha come coordinate proprio l'istante e la posizione dell'incontro tra A e B.

4.9 Grafici cinematici dai dati sperimentali

Spesso nella pratica di laboratorio ci si trova nella necessità di costruire, a partire dai dati rilevati sperimentalmente, i grafici che rappresentano il moto in oggetto, in particolare *tempo-posizione* e *tempo-velocità*. Il primo grafico non presenta difficoltà di realizzazione in quanto è fornito dai dati misurati direttamente. Il secondo invece richiede la comprensione e l'effettuazione di una particolare procedura di elaborazione dei dati sperimentali. E' importante comprenderla perchè è alla base delle procedure impiegate anche dai sistemi automatici di acquisizione dei dati, ad esempio calcolatrici grafiche e computer, che saranno utilizzate in futuro nella pratica di laboratorio.

Supponiamo che lo studio di un moto rettilineo abbia fornito i seguenti valori di tempo e posizione:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,0	0,5	1,1	2,3	3,6	4,2	5,9	7,3	9,2	11,2
x (cm)	0	14	21	30	38	41	49	54	61	67

Sono state rilevate 10 coppie di valori di tempo e posizione, corrispondenti a 9 intervalli. Il grafico *tempo-posizione* è immediatamente ottenibile a mano o con un foglio elettronico e risulta il seguente:

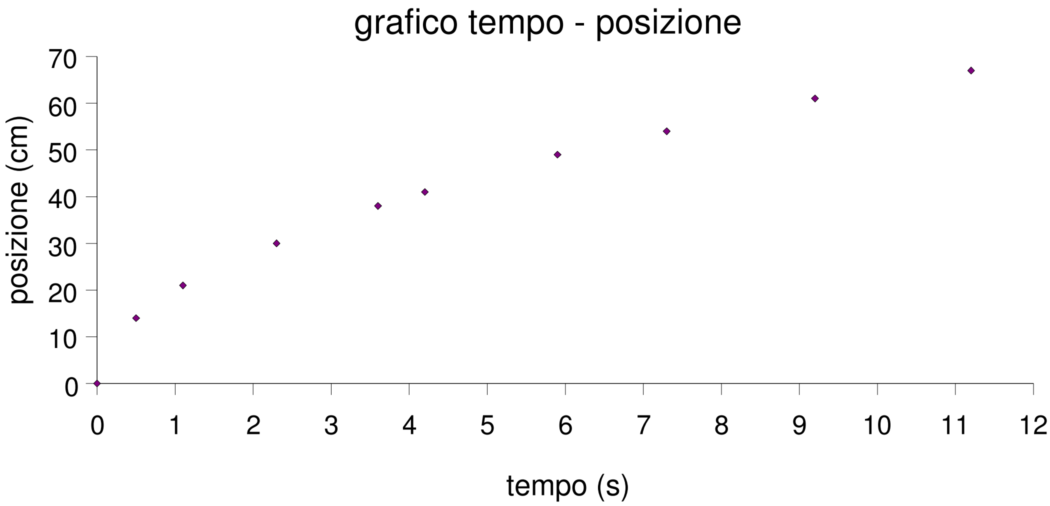


fig.4.14

Supponiamo ora di voler costruire un grafico di velocità da associare al precedente. L'idea è di considerare tutti gli intervalli in cui possiamo suddividere il moto e per ciascuno di questi calcolare la velocità media. Tale velocità sarà poi associata, ai fini della costruzione del grafico, al tempo medio dell'intervallo considerato.
Consideriamo ad esempio il quarto intervallo

di estremi temporali	$t_3 = 2{,}3$ s	$t_4 = 3{,}6$ s
ed estremi spaziali	$x_3 = 30$ cm	$x_4 = 38$ cm .

La velocità media sarà data da $\dfrac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3}$ ed il tempo medio da $\dfrac{t_3 + t_4}{2}$.
In generale per l'i-esimo intervallo potremo utilizzare sempre le formule seguenti:

velocità media $\dfrac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$

tempo medio $\dfrac{t_i + t_{i-1}}{2}$

Per la velocità possiamo costruire quindi la seguente tabella, che mette in relazione il tempo medio di ogni intervallo con la corrispondente velocità media:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,25	0,80	1,70	2,95	3,90	5,05	6,60	8,25	10,20
v (cm/s)	28,0	11,7	7,5	6,2	5,0	4,7	3,6	3,7	3,0

E' da notare che la tabella della velocità contiene una colonna in meno di quella delle posizioni, perchè la velocità media è calcolabile per ogni intervallo. Si può allora costruire il grafico che mostra l'andamento temporale della velocità:

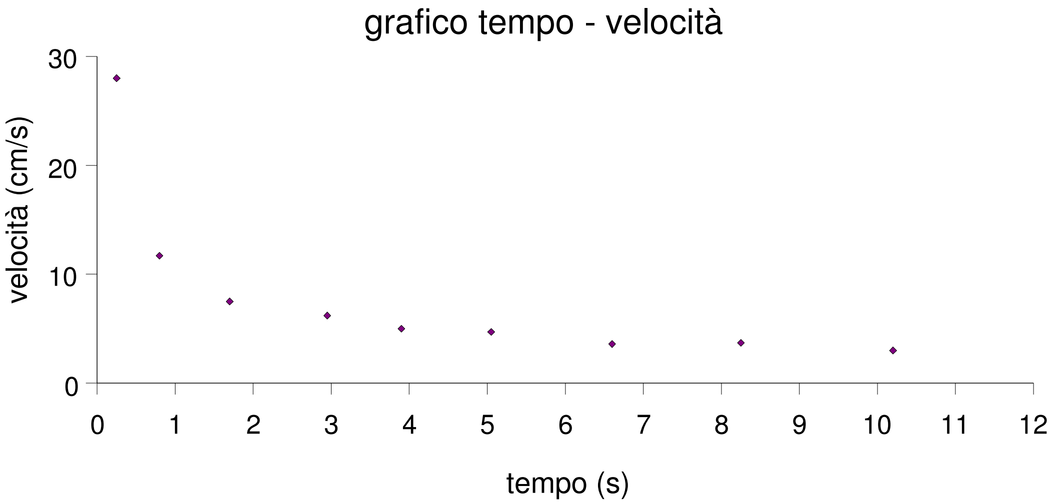


fig.4.15

Prova ad immaginare come da questi dati sulla velocità si possa ricavare un grafico che rappresenti l'accelerazione in funzione del tempo.

4.10 Moto Circolare Uniforme

Il moto di un punto lungo una circonferenza prende ovviamente il nome di moto circolare; se inoltre la velocità lungo la circonferenza è costante, se cioè vengono descritti archi di lunghezza uguale in tempi uguali, tale moto si dice uniforme.
Molti moti astronomici sono realizzazioni (approssimate) di moti circolari uniformi: il moto stesso della Terra attorno al Sole è quasi un moto circolare uniforme.

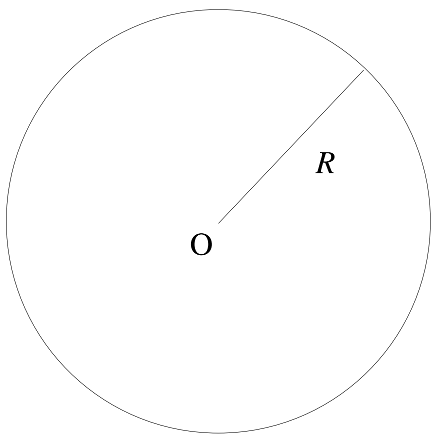


fig.4.16

Tra le grandezze che utilizziamo per descrivere il moto circolare uniforme abbiamo:
- il *raggio R*
- il *periodo T*, cioè il tempo impiegato a compiere un giro completo
- la *frequenza f*, inverso del periodo, che ci dà il numero di giri compiuti nell'unità di tempo.

Quest'ultima grandezza si misura in s^{-1} = Hz, cioè Hertz.
La velocità, costante, di un moto circolare uniforme si può determinare come il rapporto tra la lunghezza della circonferenza ed il periodo:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$$

Esempi

1 quanto vale la lunghezza dell'orbita terrestre attorno al Sole?

supponendo l'orbita terrestre perfettamente circolare (cosa che non è) e sapendo che la distanza Terra-Sole vale 149,6 miliardi di metri, la lunghezza richiesta è:

$$l = 2 \cdot \pi \cdot 149{,}6 \cdot 10^9 \text{ m} = 9{,}40 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

2 con quale velocità la Terra si muove attorno al Sole?

sapendo che il tempo impiegato dalla Terra per compiere una rivoluzione completa è di un anno, basta prendere il risultato precedente e dividerlo per questo tempo (un giorno è fatto di 86400 secondi):

$$v = l\,/\,T = (9{,}40 \cdot 10^{11} \text{ m}) / (365 \cdot 86400 \text{ s}) = 29800 \text{ m/s} = 29{,}8 \text{ km/s}$$

3 con quale velocità ci muoviamo attorno all'asse terrestre?

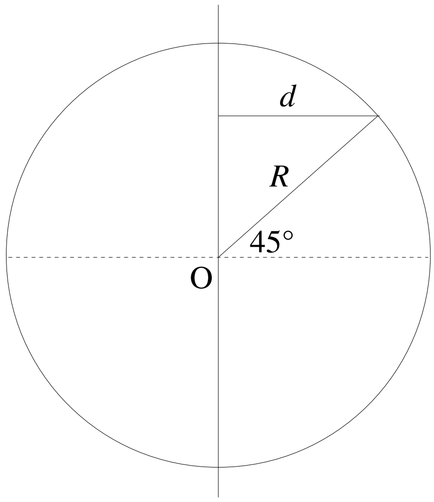


fig.4.17

immaginiamo di trovarci ad una latitudine di 45° nord rispetto all'equatore (vedi fig.4.17); la circonferenza che descriviamo in un giorno (T = 86400 s) attorno all'asse terrestre ha un raggio pari a:

$$d = \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{6400\,\text{km}}{\sqrt{2}} = 4525\,\text{km}$$

e quindi la nostra velocità di rotazione attorno all'asse vale:

$$v = \frac{2\pi d}{T} = \frac{2\pi\, 4525\,\text{km}}{86400\,\text{s}} = 329\,\text{m}/s$$

4 misura del raggio della Terra

La determinazione dal raggio della Terra è dovuta principalmente ad Eratostene. Geografo e astronomo, lavorava nella biblioteca di Alessandria. Riteniamo che visse dal 280 al 195 a.C. Era noto che le città di Siene (oggi Assuan) e di Alessandria sono poste all'incirca sul medesimo meridiano terrestre ad una distanza SA=5000 stadi. Alessandria si trova sul delta del Nilo; Assuan si trova all'incirca sul tropico. A mezzogiorno del solstizio d'estate il Sole si trova allo zenit ad Assuan, mentre nello stesso istante ad Alessandria i raggi solari formano un angolo di 7,2° con la direzione verticale.

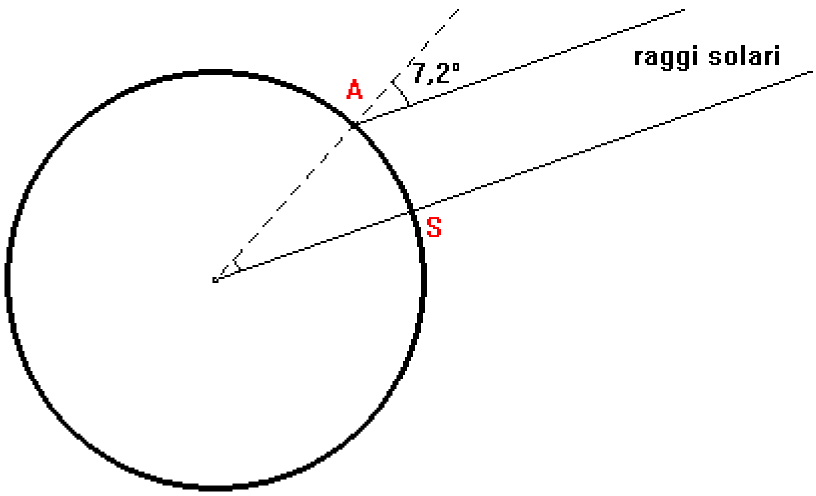


fig.4.18

Ovviamente non occorreva un orologio per determinare il mezzogiorno del solstizio d'estate! Risulta dunque che l'arco SA misura 7,2°/360°=1/50 di circonferenza e quindi la circonferenza terrestre misura 50 volte SA ovvero 250000 stadi. Ne segue che il raggio della Terra misurava 39789 stadi. Si ritiene che uno stadio di allora equivalga circa a 185 metri, onde risulta R_T=7361 km, in discreto accordo con il valore moderno.

Esercizi Capitolo 4

1. Se un oggetto si muove di moto rettilineo uniforme, allora:
   a - la sua accelerazione è proporzionale alla sua velocità
   b - la sua velocità cambia nel tempo
   c - lo spazio percorso è direttamente proporzionale alla durata del moto
   d - lo spazio percorso è inversamente proporzionale alla velocità

[c]

2. Un automobilista percorre il tratto di autostrada Roma-Napoli, lungo 190 km, con una velocità media di 100 km/h. Quanto tempo impiega?

[114 min]

3. Un uomo cammina per 2 min alla velocità di 2 m/s e poi corre per un minuto alla velocità di 5 m/s. Trova la sua velocità media.

[3 m/s]

4. Un oggetto si muove di moto vario, percorrendo i primi 50 m in 5 s, i successivi 72 m in 9 s e i rimanenti 88 m in 11 s. Calcola la sua velocità media per ciascuno degli intervalli spaziali indicati e per l'intero percorso.

[10 m/s; 8 m/s; 8 m/s; 8,4 m/s]

5. Un veicolo percorre con moto uniforme 80 km in un'ora. Se le sue ruote hanno un diametro di 70 cm, determina i giri da esse compiuti in tale intervallo di tempo.

[36378]

6. Un'automobile A che viaggia alla velocità costante di 54 km/h è seguita da un'automobile B, che viaggia alla velocità di 72 km/h. Se la distanza iniziale è di 400 m, dopo quanto tempo B raggiungerà A ?
   a - 80 s
   b - 90 s
   c - 100 s
   d - in accordo col filosofo greco Zenone, mai! (se non lo sai, chiedi al tuo insegnante che cosa ha detto Zenone)

[a]

7. Una palla rotola lungo un piano inclinato con moto uniformemente accelerato di accelerazione 4 m/s^2. Nell'ipotesi che parta da ferma, qual è la successione delle sue velocità nei primi 4 secondi ?

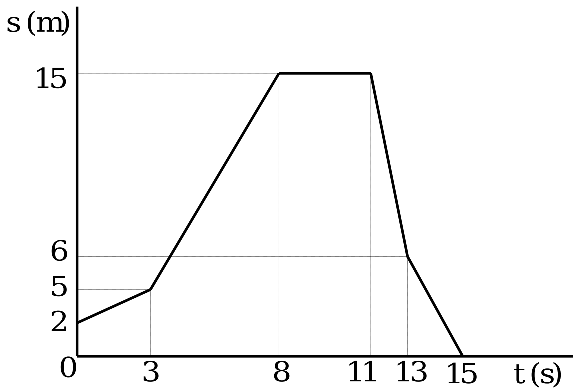
a	-	4	8	16	32	m/s
b	-	1	4	16	48	m/s
c	-	1	5	9	13	m/s
d	-	4	8	12	16	m/s

[d]

8. In una gara a cronometro due ciclisti partono alla distanza temporale di 2 minuti l'uno dall'altro. Se il primo corre con una velocità media di 32 km/h, a quale velocità deve correre il secondo per raggiungere il primo in 20 minuti?

[9,8 m/s = 35,3 km/h]

9. Il grafico si riferisce al moto di un corpo su una rotaia rettilinea. Quale delle seguenti affermazioni è vera ?



a - nei primi 8 secondi il moto è uniforme
b - l'oggetto parte dall'origine
c - la velocità media dell'oggetto nei primi 3 secondi è maggiore di quella dei 3 secondi successivi
d - la velocità media negli ultimi 2 secondi è pari a -3 m/s

[d]

10. Un oggetto è lanciato verso l'alto con una certa velocità iniziale v_0. Il tempo impiegato a raggiungere il punto di massima altezza è di 2,5 s. Quanto vale v_0?

[24,5 m/s]

11. Un podista percorre due giri di pista (1 giro = 400 m) in scioltezza ed altri tre ad una velocità doppia rispetto a quella iniziale. Complessivamente egli impiega 6'40''. Determina la sua velocità nei primi due giri.

[3,5 m/s]

12. Un ciclista si trova in fuga a 6 km dal traguardo. Il suo vantaggio sugli inseguitori è di 650 m. Egli si muove alla velocità di 36 km/h , ma il gruppo sta rinvenendo alle sue spalle con una velocità di 39,6 km/h. Possiamo affermare che:

a - il corridore vincerà la gara con un vantaggio di pochi metri
b - il corridore vincerà con un vantaggio di qualche decina di metri
c - il corridore verrà riassorbito dal gruppo prima del traguardo
d - impossibile rispondere senza conoscere la posizione del gruppo

[b]

13. Determina il tempo di caduta di un sasso dalla cima di un palazzo alto 25 m e la velocità da esso posseduta nell'istante in cui giunge al suolo.
Determina lo spazio percorso dal sasso dopo 1,2 secondi.

[2,3 s; 22 m/s; 7m]

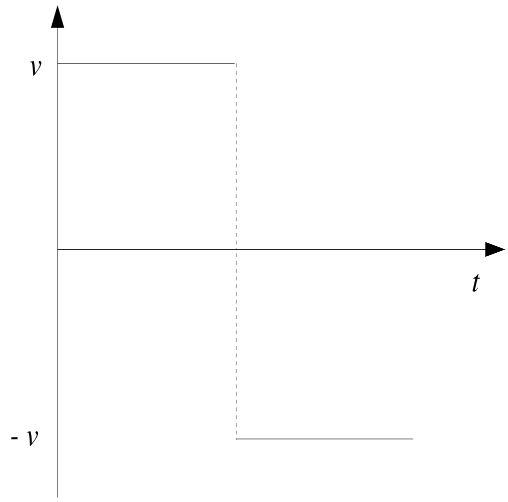
14. In assenza di attriti, una sfera che rotola lungo un piano inclinato si muove con accelerazione costante di 30 cm/s^2, partendo da ferma. Determina la velocità da essa acquistata dopo 2 secondi e lo spazio percorso durante tale intervallo.

[0,6 m/s; 0,6 m]

15. Un automobile percorre un tratto di autostrada in mezz'ora, con una velocità costante di 110 km/h. Se avesse percorso la stessa distanza con un moto uniformemente accelerato, con velocità iniziale nulla, quale accelerazione avrebbe dovuto avere per impiegare lo stesso intervallo di tempo?

[0,034 m/s^2]

16. Il grafico in figura descrive approssimativamente:



a un oggetto in quiete
b una palla che rimbalza contro un muro
c il moto di un pendolo
d il moto di un oggetto in caduta libera

17. Un punto si muove per 10 s con moto uniformemente accelerato, con a = 3m/s^2, poi procede per 20 s con la velocità raggiunta al decimo secondo, decelera infine in tre secondi fino a fermarsi.
Calcola la velocità media nei tre intervalli di tempo e la velocità media complessiva.
Rappresenta graficamente l'andamento della velocità nel tempo, deduci analiticamente gli spazi percorsi nei tre intervalli e confrontali con il risultato dedotto graficamente.

18. Un punto P_1 dotato di velocità iniziale pari a 30 m/s decelera uniformemente fermandosi in 30 s. Un punto P_2, dotato di velocità 20 m/s, si ferma decelerando uniformemente in 20 s.
Determina gli spazi percorsi dai punti prima di fermarsi.
Quanto dovrebbe essere la decelerazione di P_2 per fermarsi anch'esso in 30 s?
E quale per compiere lo stesso spazio di P_1? In tal caso quanto tempo impiega il punto a

fermarsi?
Esegui una rappresentazione grafica del problema e verifica i risultati analitici.

19. Un punto percorre una circonferenza di raggio 4 m impiegando un tempo di mezzo secondo. Trova la velocità e la frequenza del moto circolare.

[50 m/s ; 2 Hz]

20. Trova la frequenza del moto della Terra attorno al Sole.

[$3{,}17 \cdot 10^{-8}$ Hz]

21. Trova la velocità del moto orbitale (supposto circolare) della Luna attorno alla Terra.

[1022 m/s]

22. Determina la frequenza della lancetta dei minuti di un orologio analogico.

[$2{,}78 \cdot 10^{-4}$ Hz]