

**Se un protone ed un elettrone entrano, con la stessa velocità, in una regione dello spazio in cui è presente un campo magnetico perpendicolare al moto delle particelle, quale è la differenza tra le traiettorie delle due particelle?**

Le traiettorie delle due particelle sono entrambe **circolari**, ma differiscono per il **raggio** dato da:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

dove  $m$  rappresenta la massa della particella,  $q$  la sua carica,  $v$  il modulo della sua velocità e  $B$  l'intensità del campo magnetico.

Il raggio è quindi *direttamente proporzionale alla massa delle particelle*. Le due traiettorie differiscono inoltre per il *verso* di percorrenza della traiettoria, a causa della differenza di segno delle cariche dell'elettrone e del protone.

### Dimostrazione

Forza di Lorentz

La forza agente su di una carica  $q$  in movimento con velocità  $\vec{v}$  in un campo magnetico di induzione  $\vec{B}$  è data dal prodotto vettoriale:

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Regola della mano destra per individuare il verso della forza di Lorentz  $\vec{F}_L$ :

Se  $q$  è positiva,  $\vec{F}_L$  è orientata nel verso del pollice tenuto perpendicolare alle altre dita, quando queste ruotano dalla direzione di  $\vec{v}$  alla direzione di  $\vec{B}$ , descrivendo l'angolo minore di  $180^\circ$  compreso tra i due vettori.

Tale forza, essendo in ogni istante perpendicolare alla velocità e di conseguenza allo spostamento della particella carica, non compie alcun lavoro.

Ora poiché la variazione dell'energia cinetica di un punto materiale deve essere uguale al lavoro delle forze che agiscono su di esso (Teorema dell'energia cinetica), essendo il lavoro nullo ne segue che non vi deve essere variazione di energia cinetica e dunque la velocità deve rimanere costante in modulo.

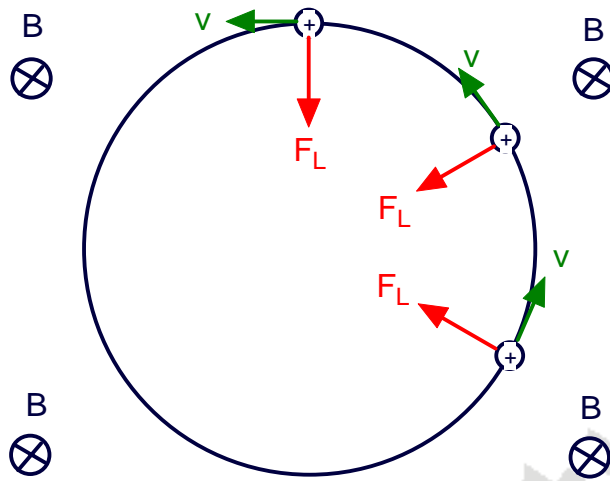
Nel caso in cui il campo magnetico  $\vec{B}$  sia perpendicolare al moto della particella carica  $\vec{v}$  si deduce che:

$\vec{F}_L$  è sempre perpendicolare a  $\vec{v}$  (come già enunciato)

$\vec{F}_L$  è sempre anche perpendicolare a  $\vec{B}$  (quindi giace sempre nello stesso piano, come si vede dalla figura)

$\vec{F}_L$  ha un valore costante pari a:  $F_L = q \cdot v \cdot B$

Quindi  $\vec{F}_L$  ha le proprietà della forza centripeta che, in un moto circolare uniforme è sempre perpendicolare alla velocità del punto materiale, ha modulo costante e varia in modo da rimanere sempre nello stesso piano, che è quello in cui avviene il moto circolare stesso.



Allora La forza di Lorentz  $F_L = q \cdot v \cdot B$  fornisce la forza centripeta del moto  $F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$

Uguagliando le ultime due espressioni si ottiene:

$$q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \text{da cui è possibile ricavare il raggio:} \quad r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$