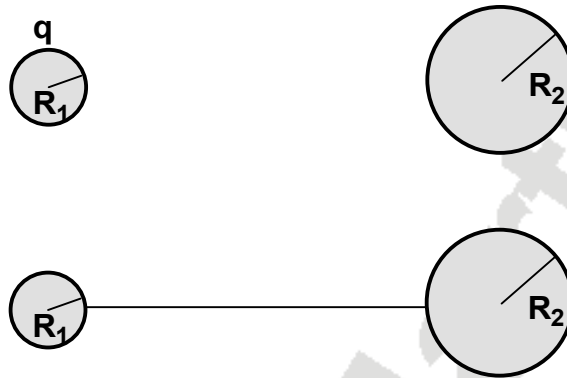


elettrostatica – esercizio n. 37

Si considerino 2 sfere conduttrici S_1 e S_2 di raggi rispettivamente $R_1 = 0,6$ m ed $R_2 = 2,7$ m. Le due sfere sono molto distanti l'una dall'altra in maniera da non perturbarsi reciprocamente. Inizialmente la sfera S_1 viene caricata con una carica elettrica $q = 7,2 \cdot 10^{-7}$ C, mentre S_2 è scarica. Le due sfere vengono collegate con un lungo e sottile cavo conduttore. Si calcolino il valore del potenziale a cui si trovano le sfere [si consideri $V_\infty = 0$] e la variazione di energia elettrostatica fra la configurazione finale e quella iniziale.

R.: 1961,2 V ; $-3,177 \cdot 10^{-3}$ J ;



Quando le due sfere conduttrici vengono collegate tra loro la carica q inizialmente su S_1 deve ripartirsi sia su S_1 che su S_2 ed il potenziale delle due sfere deve essere lo stesso:

$$q_1 + q_2 = q$$

$$V_1 = V_2 \quad k \cdot \frac{q_1}{R_1} = k \cdot \frac{q_2}{R_2} \quad \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \quad q_1 = q_2 \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Facendo sistema tra le due equazioni ricavate:

$$\begin{cases} q_1 = q_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \\ q_1 + q_2 = q \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = q_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \\ q_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} + q_2 = q \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = q_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \\ q_2 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} = q \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = q \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1}{R_2} = q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ q_2 = q \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

A questo punto è semplice calcolare i potenziali V_1 e V_2 delle due sfere, potenziali che devono assumere lo stesso valore:

$$V_1 = k \cdot \frac{q_1}{R_1} = k \cdot \frac{q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{R_1} = k \cdot q \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} = 8,988 \cdot 10^9 \cdot \frac{7,2 \cdot 10^{-7}}{0,6 + 2,7} = 1961,02 \text{ V}$$

$$V_2 = k \cdot \frac{q_2}{R_2} = k \cdot \frac{q \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} = k \cdot q \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} = 8,988 \cdot 10^9 \cdot \frac{7,2 \cdot 10^{-7}}{0,6 + 2,7} = 1961,02 \text{ V}$$

elettrostatica – esercizio n. 37

L'energia elettrostatica iniziale vale:

$$W_i = \frac{1}{2} \cdot q \cdot V_0 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot k \cdot \frac{q}{R_1} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{q^2}{R_1}$$

L'energia elettrostatica finale vale:

$$\begin{aligned} W_f &= \frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot V_1 + \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot V_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot k \cdot q \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot k \cdot q \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2 \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} + \frac{1}{2} k \cdot q^2 \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2 \cdot \frac{1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot (R_1 + R_2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2 \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

La variazione di energia elettrostatica vale:

$$\begin{aligned} W_f - W_i &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2 \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{q^2}{R_1} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2 \cdot \left[\frac{R_1 - R_1 - R_2}{R_1 \cdot (R_1 + R_2)} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2 \cdot \left[\frac{-R_2}{R_1 \cdot (R_1 + R_2)} \right] = \frac{1}{2} \cdot 8,988 \cdot 10^9 \cdot (7,2 \cdot 10^{-7})^2 \cdot \left[\frac{-2,7}{0,6 \cdot (0,6 + 2,7)} \right] = -3,177 \cdot 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$