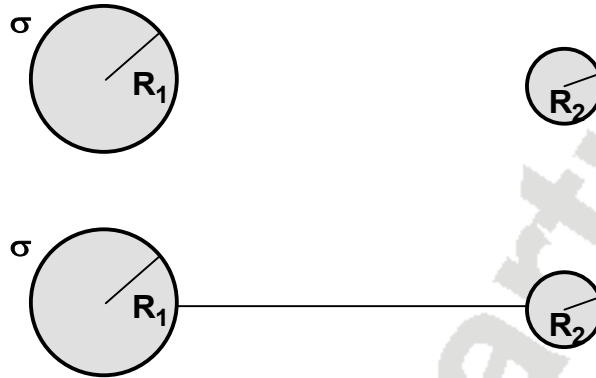


elettrostatica – esercizio n. 36

Si considerino 2 sfere conduttrici S_1 e S_2 di raggi rispettivamente R_1 ed $R_2 = \frac{1}{2} \cdot R_1$. Le due sfere sono molto distanti l'una dall'altra in maniera da non perturbarsi reciprocamente. Inizialmente la sfera S_1 viene caricata con una densità di carica elettrica $\sigma = 2,9 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$, mentre S_2 è scarica. Le due sfere vengono collegate con un lungo e sottile cavo conduttore. Si calcolino i nuovi valori della densità di carica elettrica (in C/m^2) su S_1 ed S_2 .

R.: $1,9333 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$; $3,8667 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$;



Conoscendo la densità di carica σ della sfera S_1 è possibile calcolare la carica q :

$$\sigma = \frac{q}{S_1} \quad q = \sigma \cdot S_1 = \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2$$

Quando le due sfere conduttrici vengono collegate tra loro la carica q inizialmente su S_1 deve ripartirsi sia su S_1 che su S_2 ed il potenziale delle due sfere deve essere lo stesso:

$$q_1 + q_2 = q$$

$$V_1 = V_2 \quad k \cdot \frac{q_1}{R_1} = k \cdot \frac{q_2}{R_2} \quad \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \quad q_1 = q_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} = q_2 \cdot \frac{R_1}{\frac{R_1}{2}} = 2 \cdot q_2$$

Facendo sistema tra le due equazioni ricavate:

$$\begin{cases} q_1 = 2 \cdot q_2 \\ q_1 + q_2 = q \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = 2 \cdot q_2 \\ 2 \cdot q_2 + q_2 = q \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = 2 \cdot q_2 \\ 3 \cdot q_2 = q \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = 2 \cdot q_2 = \frac{2}{3} \cdot q_2 = \frac{2}{3} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2 \\ q_2 = \frac{q}{3} = \frac{\sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2}{3} \end{cases}$$

A questo punto è possibile ricavare le densità di carica elettrica per ciascuna sfera:

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{S_1} = \frac{q_1}{4 \cdot \pi \cdot R_1^2} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2}{4 \cdot \pi \cdot R_1^2} = \frac{2}{3} \cdot \sigma = \frac{2}{3} \cdot 2,9 \cdot 10^{-7} = 1,9333 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{S_2} = \frac{q_2}{4 \cdot \pi \cdot R_2^2} = \frac{\frac{\sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2}{3}}{4 \cdot \pi \cdot R_2^2} = \frac{\frac{\sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2}{3}}{4 \cdot \pi \cdot \frac{R_1^2}{4}} = \frac{4}{3} \cdot \sigma = \frac{4}{3} \cdot 2,9 \cdot 10^{-7} = 3,8667 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$