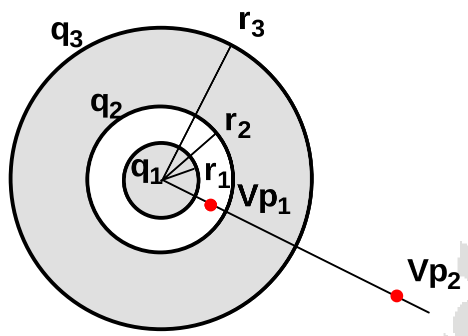
elettrostatica – esercizio n. 32

Un conduttore sferico, di raggio r_1 = 17 cm, è concentrico ad un conduttore sferico cavo di raggio interno r_2 = 59 cm e raggio esterno r_3 = 116 cm. Una carica q = 9,4 nC è depositata sul conduttore interno. Calcolare la differenza di potenziale tra due punti V_{P1} e V_{P2} a distanza d_1 = 28,0 cm e d_2 = 329 cm dal centro della sfera cava.
R.: 205,69 V ;



Sul conduttore sferico di raggio r_1 = 17 cm è depositata una carica q = $9{,}4\cdot10^{-9}$ C.

Sulla superficie interna del conduttore sferico cavo, di raggio r_2 = 59 cm , si depositerà per effetto dell'induzione elettrostatica, la stessa carica, ma di segno opposto, q = – $9{,}4\cdot10^{-9}$ C e sulla superficie esterna di raggio r_3 = 116 cm , si depositerà la carica q = $9{,}4\cdot10^{-9}$ C.

Il campo elettrico esistente tra la sfera di raggio r_1 = 17 cm ed il conduttore sferico cavo di raggio interno r_2 = 59 cm, vale:

$$E_r = k\cdot\frac{q}{r^2}$$

Volendo conoscere la d.d.p. tra il punto P_1, posto alla distanza d_1, e P_2, posto alla distanza d_2, possiamo calcolarla come somma delle d.d.p. tra d_1 e r_2 , tra r_2 ed r_3 e tra r_3 e d_3:

$$V_{d1} - V_{r2} = \int_{d_1}^{r_2} k\cdot\frac{q}{r^2}\cdot dr = k\cdot q\cdot\int_{d_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}\cdot dr = k\cdot q\cdot\left[-\frac{1}{r}\right]_{d_1}^{r_2} = k\cdot q\cdot\left[-\frac{1}{r_2}+\frac{1}{d_1}\right] =$$

$$= 8{,}988\cdot10^{9}\cdot9{,}4\cdot10^{-9}\cdot\left[-\frac{1}{59\cdot10^{-2}}+\frac{1}{28\cdot10^{-2}}\right] = 158{,}54\ \text{V}$$

$$V_{r2} - V_{r3} = 0$$

$$V_{r3} - V_{d2} = \int_{r_3}^{d_2} k\cdot\frac{q}{r^2}\cdot dr = k\cdot q\cdot\int_{r_3}^{d_2}\frac{1}{r^2}\cdot dr = k\cdot q\cdot\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_3}^{d_2} = k\cdot q\cdot\left[-\frac{1}{d_2}+\frac{1}{r_2}\right] =$$

$$= 8{,}988\cdot10^{9}\cdot9{,}4\cdot10^{-9}\cdot\left[-\frac{1}{329\cdot10^{-2}}+\frac{1}{116\cdot10^{-2}}\right] = 47{,}15\ \text{V}$$

Come risultato finale la d.d.p. cercata vale:

$$V_{d1} - V_{d2} = 158{,}54 + 47{,}15 = 205{,}69\ \text{V}$$