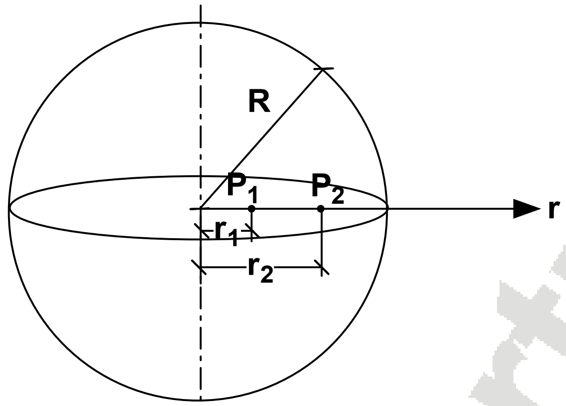
elettrostatica – esercizio n. 28

Una distribuzione spaziale continua e uniforme di densità pari a $\rho = 2{,}0 \cdot 10^{-9}$ C/m^3 ha forma sferica di raggio R = 80,5 cm. Determinare la differenza di potenziale $V_{P1} - V_{P2}$ tra due punti P_1 e P_2 distanti dal centro della sfera r_1 = 5,6 cm ed r_2 = 51,5 cm, rispettivamente.
R.: 9,87 V ;



La carica contenuta nella distribuzione spaziale a forma sferica vale:

$$q = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Il modulo dell'intensità del campo elettrico all'interno di una sfera uniformemente carica può essere trovata molto facilmente mediante il teorema di Gauss; essa vale:

$$E_r = k \frac{q}{R^3} \cdot r$$

Dalla definizione di differenza di potenziale:

$$dV = -\overline{E} \bullet d\overline{s} = -E_r \cdot dr = -k \cdot \frac{q}{R^3} \cdot r \cdot dr = -\frac{k \cdot q}{R^3} \cdot r \cdot dr$$

Integrando tra P_1 e P_2 si ottiene:

$$V_{P_1} - V_{P_2} = \int_{P_2}^{P_1} dV = \int_{r_2}^{r_1} -\frac{k \cdot q}{R^3} \cdot r \cdot dr = -\frac{k \cdot q}{R^3} \cdot \int_{r_2}^{r_1} r \cdot dr = -\frac{k \cdot q}{R^3} \cdot \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r_2}^{r_1} = -\frac{k \cdot q}{2 \cdot R^3} \cdot \left(r_1^2 - r_2^2 \right) =$$

$$= \frac{k \cdot q}{2 \cdot R^3} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 \right) = \frac{k}{2 \cdot R^3} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 \right) = \frac{2}{3} \cdot k \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 \right) =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 8{,}988 \cdot 10^9 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-9} \cdot \pi \cdot \left[\left(51{,}5 \cdot 10^{-2} \right)^2 - \left(5{,}6 \cdot 10^{-2} \right)^2 \right] = 9{,}87 \text{ V}$$