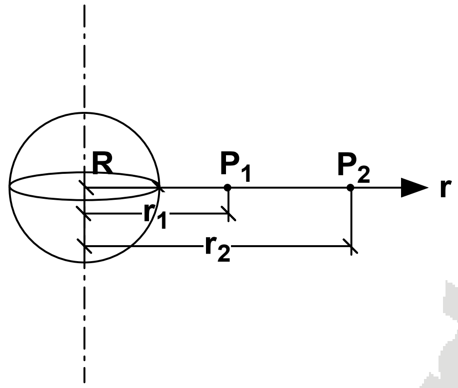
elettrostatica – esercizio n. 27

Una distribuzione spaziale continua e uniforme di densità pari a $\rho = 3{,}6 \cdot 10^{-9}$ C/m^3 ha forma sferica di raggio R = 56,3 cm. Determinare la differenza di potenziale $V_{P1} - V_{P2}$ tra due punti P_1 e P_2 distanti dal centro della sfera r_1 = 97,8 cm ed r_2 = 138,0 cm, rispettivamente.
R.: 7,20 V ;



La carica contenuta nella distribuzione spaziale a forma sferica vale:

$$q = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Il modulo dell'intensità del campo elettrico al di fuori di una sfera uniformemente carica può essere trovata molto facilmente mediante il teorema di Gauss; essa vale:

$$E_r = k \frac{q}{r^2}$$

Dalla definizione di differenza di potenziale:

$$dV = -\bar{E} \bullet d\bar{s} = -E_r \cdot dr = -k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot dr = -k \cdot q \cdot \frac{dr}{r^2}$$

Integrando tra P_1 e P_2 si ottiene:

$$V_{P_1} - V_{P_2} = \int_{P_2}^{P_1} dV = \int_{r_2}^{r_1} -k \cdot q \cdot \frac{dr}{r^2} = -k \cdot q \cdot \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2} = -k \cdot q \cdot \left[\frac{1}{r} \right]_{r_2}^{r_1} = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) =$$

$$= k \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{4}{3} \cdot k \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) =$$

$$= \frac{4}{3} \cdot 8{,}988 \cdot 10^9 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-9} \cdot \pi \cdot \left(56{,}3 \cdot 10^{-2} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{97{,}8 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{138{,}0 \cdot 10^{-2}} \right) = 7{,}20 \text{ V}$$