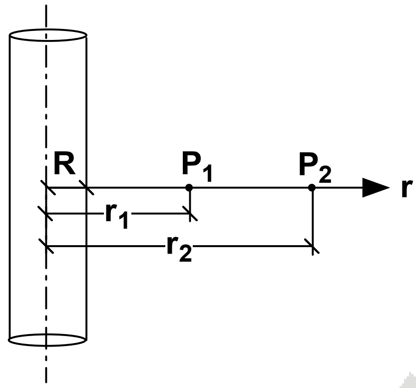
elettrostatica – esercizio n. 24

Una distribuzione spaziale continua e uniforme di densità pari a $\rho = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ C/m^3 ha forma cilindrica di raggio R = 72,8 cm. Determinare la differenza di potenziale $V_{P1} - V_{P2}$ tra due punti P_1 e P_2 distanti dall'asse r_1 = 124,8 cm ed r_2 = 145,8 cm, rispettivamente.
R.: 46,54 V ;



Poiché la distribuzione volumica ρ delle cariche è continua ed uniforme, allora la distribuzione lineare delle cariche sarà:

$$\lambda = \rho \cdot S = \rho \cdot \pi \cdot R^2$$

La componente dell'intensità del campo elettrico uscente dalla distribuzione lineare di carica può essere trovata molto facilmente mediante il teorema di Gauss; essa vale:

$$E_r = \frac{2 \cdot k \cdot \lambda}{r}$$

Dalla definizione di differenza di potenziale:

$$dV = -\overline{E} \bullet d\overline{s} = -E_r \cdot dr = -\frac{2 \cdot k \cdot \lambda}{r} \cdot dr = -2 \cdot k \cdot \lambda \cdot \frac{dr}{r}$$

Integrando tra P_1 e P_2 si ottiene:

$$V_{P_1} - V_{P_2} = \int_{P_2}^{P_1} dV = \int_{r_2}^{r_1} -2 \cdot k \cdot \lambda \cdot \frac{dr}{r} = -2 \cdot k \cdot \lambda \cdot \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = -2 \cdot k \cdot \lambda \cdot \left[\ln r\right]_{r_2}^{r_1} = 2 \cdot k \cdot \lambda \cdot \ln\frac{r_2}{r_1} =$$

$$= 2 \cdot k \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \ln\frac{r_2}{r_1} = 2 \cdot 8{,}988 \cdot 10^9 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot \left(72{,}8 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot \ln\frac{145{,}8 \cdot 10^{-2}}{124{,}8 \cdot 10^{-2}} =$$

$$= 46{,}54 \text{ V}$$