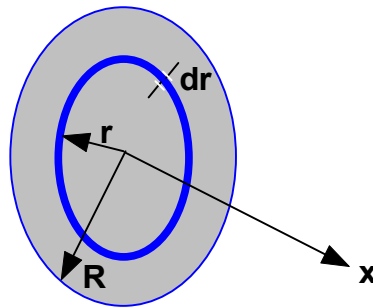


elettrostatica – esercizio n. 22

Determinare il potenziale nel centro di un disco di raggio $R = 10,3 \text{ cm}$ uniformemente carico, con densità superficiale di carica $\sigma = 4,1 \cdot 10^{-10} \text{ C/m}^2$.
R.: 2,38 V ;



Calcoliamo prima il potenziale sull'asse del disco e poi imponiamo la condizione che $x = 0$.

Il disco può essere considerato come un insieme di distribuzioni anulari di carica e pertanto è possibile usare quanto ricavato nell'esercizio n. 21. Si consideri un anello di raggio r e di lunghezza dr .

L'area di questo anello vale:

$$dS = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

La carica posseduta da questo anello vale:

$$dq = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

Il potenziale sull'asse del disco si trova sommando i contributi di ogni singolo anello compreso tra $r = 0$ ed $r = R$:

$$\begin{aligned} V &= \int_{r=0}^{r=R} \frac{k \cdot dq}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \int_0^R \frac{k \cdot \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr}{\sqrt{x^2 + r^2}} = k \cdot \sigma \cdot \pi \cdot \int_0^R \frac{2 \cdot r \cdot dr}{\sqrt{x^2 + r^2}} = k \cdot \sigma \cdot \pi \cdot \int_0^R (x^2 + r^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 \cdot r \cdot dr = \\ &= k \cdot \sigma \cdot \pi \cdot \left[\frac{(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right]_0^R = 2 \cdot k \cdot \sigma \cdot \pi \cdot \left[(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} - x \right] \end{aligned}$$

Poiché noi desideriamo il potenziale nel centro del disco allora si deve porre $x = 0$:

$$V_{x=0} = 2 \cdot k \cdot \sigma \cdot \pi \cdot \left[(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} - x \right] = 2 \cdot k \cdot \sigma \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 8,988 \cdot 10^9 \cdot 4,1 \cdot 10^{-10} \cdot \pi \cdot 10,3 \cdot 10^{-2} = 2,38 \text{ V}$$