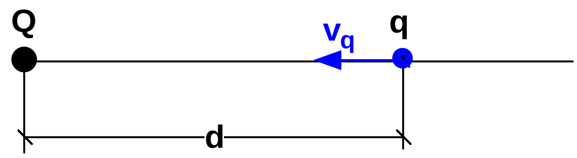
elettrostatica – esercizio n. 15

Una piccola sfera di plastica di massa m = 3,0 g e carica elettrica positiva q = 2,0 μC viene lanciata contro una sfera fissa, avente una carica elettrica positiva Q = 4,0 μC distribuita uniformemente nel suo volume. La velocità della sferetta di plastica, ad una distanza d = 4,0 m dal centro della sfera fissa valga v_q = 4,0 m/s. Calcolare la distanza fra le due sfere nel punto di massimo avvicinamento.
R.: 1,7 m ;



La sfera fissa essendo carica in modo uniforme, genera al suo esterno un campo elettrico identico a quello di una carica puntiforme Q posta nel suo centro.

L'energia potenziale elettrica della sferetta mobile, a distanza d dal centro della prima sfera, vale:

$$U_q = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$$

Ma la sferetta mobile possiede anche un'energia cinetica pari a:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_q^2$$

Pertanto l'energia totale della sferetta mobile vale:

$$U_T = U_q + E_k = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_q^2$$

Per il principio di conservazione dell'energia, l'energia totale della sferetta mobile deve rimanere costante e pertanto nel punto di massimo avvicinamento della sferetta mobile a quella fissa l'energia cinetica della sferetta in movimento tende ad annullarsi, mentre crescerà l'energia potenziale elettrica.

$$U_T = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d_{min}}$$

Pertanto si deve verificare:

$$U_T = costante$$

$$k \cdot \frac{Q \cdot q}{d_{min}} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_q^2$$

$$d_{min} = \frac{k \cdot Q \cdot q}{\frac{k \cdot Q \cdot q}{d} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_q^2} = \frac{8{,}988 \cdot 10^9 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-6}}{\frac{8{,}988 \cdot 10^9 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-6}}{4{,}0} + \frac{1}{2} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}0^2} = 1{,}7 \text{ m}$$