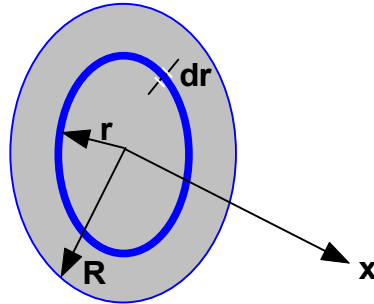


elettrostatica – esercizio n. 9

Una carica  $q = 86,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  è posta sull'asse di un disco uniformemente carico con densità superficiale di carica  $\sigma = 431,0 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$  a distanza  $x = 0,5 \text{ m}$  dal centro del disco. Il raggio del disco è  $R = 0,5 \text{ m}$ . Determinare il modulo della forza a cui è sottoposta la carica  $q$ .

R.: 61,32 N ;



L'intensità del campo elettrico sull'asse del disco sarà parallelo all'asse. Il suo valore può essere calcolato considerando il disco come un insieme di distribuzioni anulari concentriche di carica per cui può essere usato il risultato dell'esercizio n. 7.

Si consideri infatti un anello di raggio  $r$  e larghezza  $dr$ . L'area di questo anello vale:

$$dS = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

La carica posseduta da questo anello vale:

$$dq = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

L'intensità del campo elettrico totale generato da questo anello, sostituendo a  $q$  il valore  $dq$  sopra ricavato, vale:

$$dE_x = \frac{k \cdot x}{(\sqrt{x^2 + r^2})^3} \cdot dq = \frac{k \cdot x}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot r \cdot dr$$

L'intensità del campo elettrico totale generato dal disco si trova integrando tra  $r = 0$  ed  $r = R$ .

$$\begin{aligned} E_x &= \int_0^R \frac{k \cdot x}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot r \cdot dr = k \cdot x \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \int_0^R (x^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2 \cdot r \cdot dr = \\ &= k \cdot x \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \left[ \frac{(x^2 + r^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} \right]_0^R = k \cdot x \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \left[ \frac{(x^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} - \frac{(x^2 + 0)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} \right] = \\ &= -2 \cdot k \cdot x \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} - \frac{1}{x} \right] = 2 \cdot k \cdot x \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \left[ \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right] = \\ &= 2 \cdot k \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \left[ 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right] \end{aligned}$$

### elettrostatica – esercizio n. 9

Per calcolare il modulo della forza che agisce sulla carica posta sull'asse delle x è sufficiente calcolare la seguente espressione:

$$F = q \cdot E_x = q \cdot 2 \cdot k \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \left[ 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right] =$$
$$= 86 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 8,99 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 431,0 \cdot 10^{-5} \cdot \left[ 1 - \frac{0,5}{\sqrt{0,5^2 + 0,5^2}} \right] = 61,32 \text{ N}$$