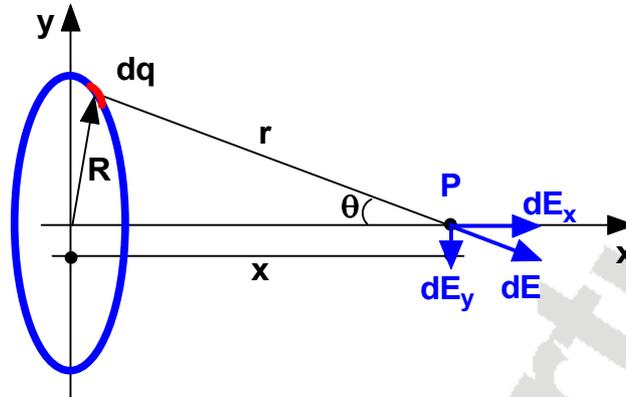


elettrostatica – esercizio n. 7

Un anello di raggio R è uniformemente carico con carica totale $q = -87,0 \cdot 10^9 \text{ C}$. Determinare il raggio dell'anello R affinché un elettrone posto sull'asse dell'anello ad una distanza $x = 108,0 \text{ cm}$ dal centro dell'anello stesso, sia soggetto ad una forza pari ad 1 N . ($e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)
 R.: $5,0169 \text{ m}$;



L'elettrone è posto sull'asse delle y nel punto P .

Una carica infinitesima dq posta sulla sbarretta per una lunghezza infinitesima dx vale:

$$dq = \lambda \cdot dx$$

Il modulo del campo elettrico nel punto P , dovuto all'elemento di carica dq , vale:

$$dE = k \cdot \frac{dq}{r^2}$$

Questo campo ha una direzione $dE_x = dE \cdot \cos \theta$ lungo l'asse x dell'anello ed una componente dE_y perpendicolare all'asse. La componente perpendicolare di ogni elemento si annulla con la componente perpendicolare dell'elemento sul lato opposto dell'anello, per cui le componenti perpendicolari del campo per l'intero anello danno un contributo nullo ed il campo risultante in P deve giacere lungo l'asse delle x .

Ricordando che si deve verificare:

$$r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

Si avrà:

$$dE_x = dE \cdot \cos \theta = k \cdot \frac{dq}{r^2} \cdot \frac{x}{r} = \frac{k \cdot x}{r^3} \cdot dq = \frac{k \cdot x}{(\sqrt{x^2 + R^2})^3} \cdot dq$$

Integrando questa espressione per ottenere il campo totale in P si nota che tutti gli elementini dell'anello danno lo stesso contributo al campo in P poiché essi sono equidistanti da P , e pertanto:

elettrostatica – esercizio n. 7

$$E_x = \int \frac{k \cdot x}{(\sqrt{x^2 + R^2})^3} \cdot dq = \frac{k \cdot x}{(\sqrt{x^2 + R^2})^3} \cdot \int dq = \frac{k \cdot x}{(\sqrt{x^2 + R^2})^3} \cdot q$$

Cercando la forza che agisca su un elettrone posto in P si deve avere:

$$F = e \cdot E_x = \frac{e \cdot k \cdot x \cdot q}{(\sqrt{x^2 + R^2})^3}$$

Da cui è possibile ricavare il valore di R:

$$F = \frac{e \cdot k \cdot x \cdot q}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{e \cdot k \cdot x \cdot q}{F}$$

$$x^2 + R^2 = \left(\frac{e \cdot k \cdot x \cdot q}{F} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$R^2 = \left(\frac{e \cdot k \cdot x \cdot q}{F} \right)^{\frac{2}{3}} - x^2 =$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{e \cdot k \cdot x \cdot q}{F} \right)^{\frac{2}{3}} - x^2} = \sqrt{\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,99 \cdot 10^9 \cdot 108,0 \cdot 10^{-2} \cdot 87 \cdot 10^9}{1} \right)^{\frac{2}{3}} - (108,0 \cdot 10^{-2})^2} =$$
$$= 5,0169 \text{ m}$$