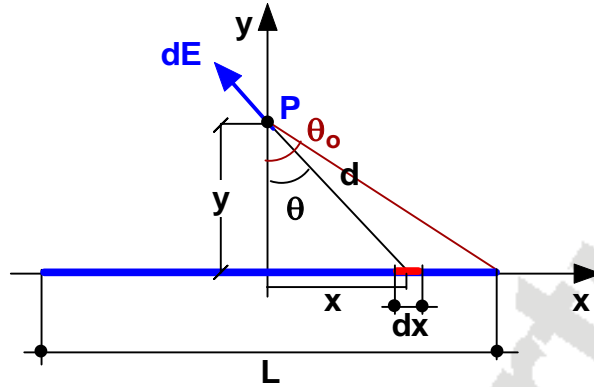


elettrostatica – esercizio n. 6

Un elettrone viene posto in quiete sull'asse di una sbarretta di lunghezza L molto grande, uniformemente carica con densità λ , ad una distanza y dal centro della sbarretta. Determinare il modulo del campo elettrostatico a cui è soggetto l'elettrone, assumendo $L \gg y$. ($\lambda = 97,0 \cdot 10^{-10}$ C/m, $y = 102,0$ cm, $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C).
R.: 170,99 N/C ;



L'elettrone è posto sull'asse delle y nel punto P .

Una carica infinitesima dq posta sulla sbarretta per una lunghezza infinitesima dx vale:

$$dq = \lambda \cdot dx$$

Il modulo dell'intensità del campo elettrico nel punto P , generato da questa carica infinitesima, vale:

$$dE = k \cdot \frac{dq}{d^2} = k \cdot \frac{\lambda \cdot dx}{d^2}$$

La direzione del campo elettrico è quella riportata in figura. Il campo elettrico dE si può immaginare scomposto nelle sue componenti rispetto all'asse delle x e delle y . Di queste due componenti solo quella diretta lungo l'asse delle y darà contributo, infatti quella diretta lungo l'asse x sarà compensata in modo esatto da un'altra carica infinitesima dq che rispetto alla precedente sia in posizione simmetrica rispetto all'asse delle y .

Allora il valore della componente del campo elettrico rispetto all'asse delle y sarà:

$$dE_y = k \cdot \frac{\lambda \cdot dx}{d^2} \cdot \cos \theta = k \cdot \frac{\lambda \cdot dx}{d^2} \cdot \frac{y}{d} = k \cdot \frac{\lambda \cdot y}{d^3} \cdot dx$$

La distanza x a cui si trova l'elemento dx è legata all'angolo θ dalla relazione:

$$x = y \cdot \operatorname{tg} \theta$$

per cui differenziando primo e secondo membro, si ha:

$$dx = y \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta = y \cdot \frac{d^2}{y^2} d\theta = \frac{d^2}{y} d\theta$$

Sostituendo dx nell'espressione di dE_y , si ha:

elettrostatica – esercizio n. 6

$$dE_y = k \cdot \frac{\lambda \cdot y}{d^3} \cdot dx = k \cdot \frac{\lambda \cdot y}{d^3} \cdot \frac{d^2}{y} \cdot d\theta = \frac{k \cdot \lambda}{y} \cdot \frac{y}{d} d\theta = \frac{k \cdot \lambda}{y} \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

La componente y totale dell'intensità di campo elettrico è il doppio dell'integrale dell'espressione precedente, integrata tra $\theta = 0$ e $\theta = \theta_0$.

$$E_y = 2 \cdot \int_0^{\theta_0} dE_y = 2 \cdot \int_0^{\theta_0} \frac{k \cdot \lambda}{y} \cdot \cos \theta \cdot d\theta = 2 \cdot \frac{k \cdot \lambda}{y} \cdot \int_0^{\theta_0} \cos \theta \cdot d\theta = 2 \cdot \frac{k \cdot \lambda}{y} \cdot [\sin \theta]_0^{\theta_0} = 2 \cdot \frac{k \cdot \lambda}{y} \cdot \sin \theta_0$$

Se accade che $L \gg y$ allora l'angolo θ_0 tende a 90° e pertanto si ha:

$$E_y = 2 \cdot \frac{k \cdot \lambda}{y} \cdot \sin 90^\circ = 2 \cdot \frac{k \cdot \lambda}{y}$$

Volendo pertanto determinare il modulo del campo elettrico in tale situazione, si ha:

$$E_y = 2 \cdot \frac{k \cdot \lambda}{y} = 2 \cdot \frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot 97,0 \cdot 10^{-10}}{102,0 \cdot 10^{-2}} = 170,99 \text{ N/C}$$