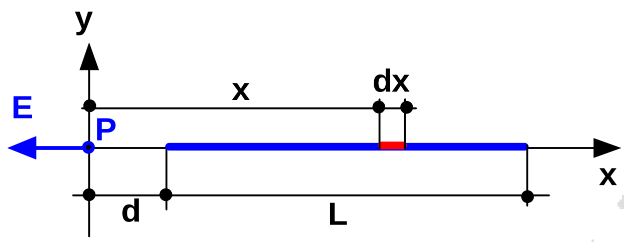
elettrostatica – esercizio n. 4

Una sbarretta di lunghezza L = 1,68 m ha una densità lineare di carica $\lambda = 80{,}0\cdot 10^{-10}$ C/m. Calcolare il campo elettrico in un punto P lungo l'asse della sbarretta ad una distanza d = 32,0 cm da un estremo.
R.: 188,8 N/C;



Scegliamo un elemento infinitesimo della distribuzione di carica come indicato dalla porzione rossa in figura. Esprimiamo la carica dq in funzione dell'elemento infinitesimo dx:
$dq = \lambda \cdot dx$

Il modulo del campo dE generato da questo elemento infinitesimo nel punto P vale:

$$dE = k\cdot\frac{dq}{x^2} = k\cdot\frac{\lambda\cdot dx}{x^2}$$

Il campo risultante generato dal contributo di tutti gli elementi infinitesimi diventa:

$$E = \int_d^{L+d} k\cdot\frac{\lambda\cdot dx}{x^2} = k\cdot\lambda\cdot\int_d^{L+d}\frac{dx}{x^2} = k\cdot\lambda\cdot\left[-\frac{1}{x}\right]_d^{L+d} = k\cdot\lambda\cdot\left[-\frac{1}{L+d}+\frac{1}{d}\right] = k\cdot\lambda\cdot\frac{L}{d\cdot(L+d)}$$

Se il punto P fosse molto distante dalla sbarretta a >> L, allora L al denominatore può essere trascurato e si avrà:

$$E = \frac{k\cdot\lambda\cdot L}{d^{\ 2}}$$

Proprio come accade per il campo creato da una carica puntiforme.

Nel nostro caso, non accadendo ciò, si avrà:

$$E = k\cdot\lambda\cdot\frac{L}{d\cdot(L+d)} = 8{,}99\cdot 10^9\cdot 80{,}0\cdot 10^{-10}\cdot\frac{1{,}68}{0{,}32\cdot(1{,}68+0{,}32)} = 188{,}8\ N/C$$