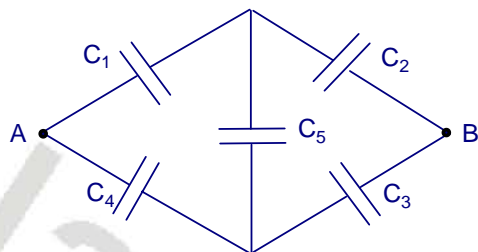


## condensatori – esercizio n. 25

Cinque condensatori uguali sono collegati come in figura.

Si trovi il valore della d.d.p. ai capi di  $C_1$  sapendo che fra i punti A e B la d.d.p. vale  $V_{AB} = 200 \text{ V}$ .



$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 1 \mu\text{F}$$

$$V_{CB} = 200 \text{ V}$$

R.: 100 V ;

Si assegnino ad arbitrio le d.d.p. su ciascun condensatore, di conseguenza si determinerà il segno delle cariche sulle armature di ciascun condensatore.

Dall'equilibrio delle cariche nei nodi D ed F potremo scrivere le seguenti equazioni:

$$\text{nodo D: } -Q_1 + Q_2 + Q_5 = 0$$

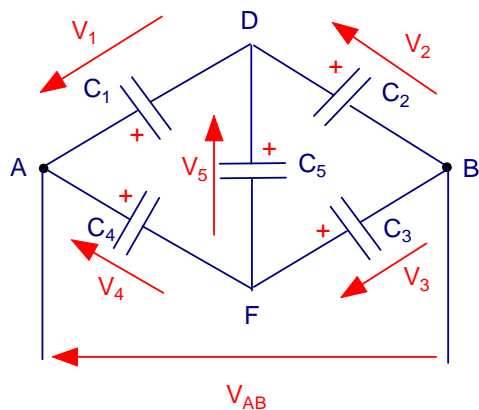
$$\text{nodo F: } +Q_3 - Q_4 - Q_5 = 0$$

Ancora, si potrà scrivere la d.d.p.  $V_{AB}$  come:

$$\text{strada AFB: } V_{AB} = V_3 + V_4 \Rightarrow V_{AB} = \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_4}{C_4} \Rightarrow C \cdot V_{AB} = Q_3 + Q_4$$

$$\text{strada ADB: } V_{AB} = V_1 + V_2 \Rightarrow V_{AB} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow C \cdot V_{AB} = Q_1 + Q_2$$

$$\text{strada ADFB: } V_{AB} = V_3 + V_5 + V_1 \Rightarrow V_{AB} = \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_5}{C_5} + \frac{Q_1}{C_1} \Rightarrow C \cdot V_{AB} = Q_3 + Q_5 + Q_1$$



condensatori – esercizio n. 25

Soluzione del sistema:

$$\begin{cases} -Q_1 + Q_2 + Q_5 = 0 \\ +Q_3 - Q_4 - Q_5 = 0 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + Q_4 \\ C \cdot V_{AB} = Q_1 + Q_2 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + Q_5 + Q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ +Q_3 - Q_4 - Q_5 = 0 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + Q_4 \\ C \cdot V_{AB} = Q_2 + Q_5 + Q_2 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + Q_5 + Q_2 + Q_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + Q_3 - Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = 2 \cdot Q_2 + Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + 2 \cdot Q_5 + Q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = 2 \cdot Q_3 - Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = 2 \cdot Q_2 + Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + 2 \cdot Q_5 + Q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ Q_5 = 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} \\ C \cdot V_{AB} = 2 \cdot Q_2 + Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + 2 \cdot Q_5 + Q_2 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ Q_5 = 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} \\ C \cdot V_{AB} = 2 \cdot Q_2 + Q_5 \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + 2 \cdot Q_5 + Q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ Q_5 = 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} \\ C \cdot V_{AB} = 2 \cdot Q_2 + 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} \\ C \cdot V_{AB} = Q_3 + 2 \cdot (2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB}) + Q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ Q_5 = 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} \\ 2 \cdot C \cdot V_{AB} = 2 \cdot Q_2 + 2 \cdot Q_3 \\ 3 \cdot C \cdot V_{AB} = 5 \cdot Q_3 + Q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ Q_5 = 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} \\ Q_2 = C \cdot V_{AB} - Q_3 \\ 3 \cdot C \cdot V_{AB} = 5 \cdot Q_3 + C \cdot V_{AB} - Q_3 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 \\ Q_5 = 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} \\ Q_2 = C \cdot V_{AB} - Q_3 \\ 2 \cdot C \cdot V_{AB} = 4 \cdot Q_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_5 = 100 \cdot 10^{-6} + 0 = 100 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 100 \cdot \mu\text{C} \\ Q_4 = Q_3 - Q_5 = 100 \cdot 10^{-6} - 0 = 100 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 100 \cdot \mu\text{C} \\ Q_5 = 2 \cdot Q_3 - C \cdot V_{AB} = 2 \cdot 100 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 0 \text{ C} \\ Q_2 = C \cdot V_{AB} - Q_3 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 200 - 100 \cdot 10^{-6} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 100 \cdot \mu\text{C} \\ Q_3 = \frac{C \cdot V_{AB}}{2} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{2} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 100 \cdot \mu\text{C} \end{cases}$$

Calcolo della d.d.p. richiesta:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ V}$$

Volendo è facile calcolare tutte le altre d.d.p.:

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{0}{1 \cdot 10^{-6}} = 0 \text{ V}$$

---

---

Calcolo della variazione di energia elettrostatica:

$$W_i = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \Delta V_1^2 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot \Delta V_2^2$$

$$W_f = \frac{1}{2} \cdot C_p \cdot \Delta V_p^2$$

$$\begin{aligned} W_f - W_i &= \frac{1}{2} \cdot C_p \cdot \Delta V_p^2 - \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \Delta V_1^2 - \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot \Delta V_2^2 = \frac{1}{2} \cdot (C_p \cdot \Delta V_p^2 - C_1 \cdot \Delta V_1^2 - C_2 \cdot \Delta V_2^2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 83,33^2 - 1 \cdot 10^{-6} \cdot 50^2 - 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 150^2) = -1,67 \cdot 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

---