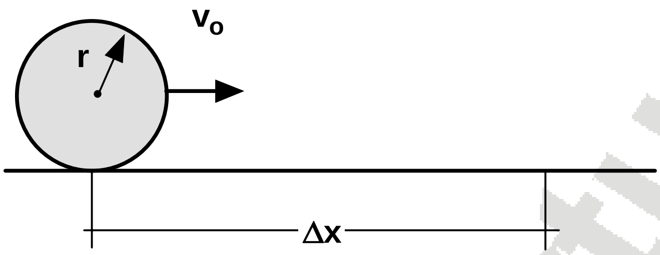
momento – esercizio n. 14

Un sfera omogenea, di raggio r e massa m, rotola su di un piano orizzontale. Determinare lo spazio percorso dalla sfera a partire dall'istante in cui essa ha velocità di traslazione v_o fino a quando essa si ferma, supponendo che la resistenza totale al rotolamento sia R.

R.: $\dfrac{0{,}7 \cdot m \cdot v_o^2}{R}$ **;**



Nell'intervallo di tempo che va dall'istante iniziale in cui la sfera ha velocità di traslazione pari a v_o fino all'istante finale in cui la sfera si ferma (v = 0), la somma dell'energia cinetica di traslazione e di rotazione intorno all'asse passante per il suo baricentro dovrà trasformarsi tutta in lavoro resistente al rotolamento:

Il lavoro compiuto dalla forza resistente R per un certo spazio Δx deve essere uguale a:

$$R \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_o^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_o^2$$

dove, ovviamente, v_o sarà la velocità di traslazione del baricentro della sfera, parallela al piano di rotolamento, I il momento d'inerzia rispetto all'asse baricentrico di rotazione ed ω_o la velocità angolare di rotazione della sfera intorno al baricentro.

Ricordando che il momento di inerzia della sfera piena di raggio R vale:

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$$

e che:

$$\omega_o = \frac{v_o}{r}$$

Sostituendo si ha:

$$R \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{v_o}{r} \right)^2$$

$$R \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 + \frac{1}{5} \cdot m \cdot v_o^2$$

$$\Delta x = \frac{0{,}7 \cdot m \cdot v_o^2}{R}$$