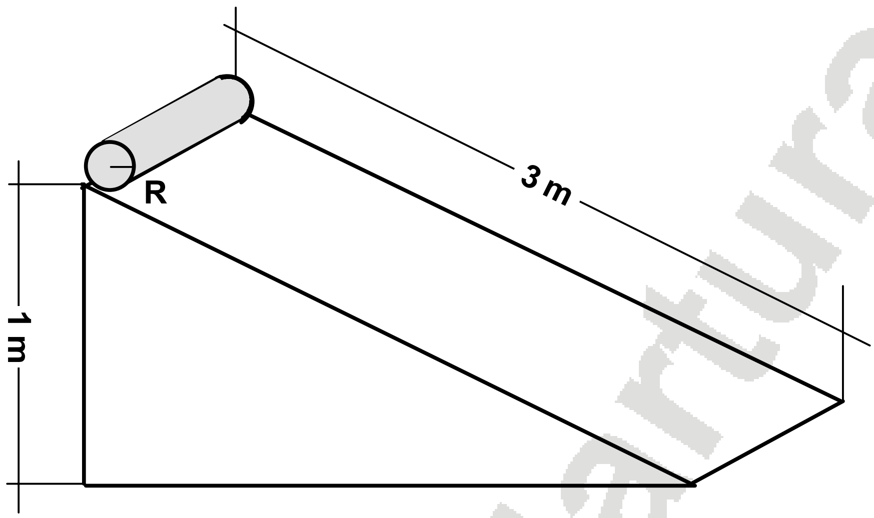
Un rullo cilindrico pieno, di massa M e raggio R, scende rotolando lungo un piano inclinato di lunghezza L = 3 m e di altezza h = 1 m. Si determini il tempo Δt di discesa, trascurando gli attriti e la resistenza dell'aria.
R.: 1,66 s ;



Il lavoro compiuto dal campo gravitazionale deve essere uguale alla somma dell'energia cinetica di traslazione e di rotazione intorno all'asse passante per il suo centro di massa, quando il rullo avrà raggiunto il fondo del piano inclinato:

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Ricordando che il momento di inerzia di un cilindro pieno di raggio R vale:

$$I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

e che:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

Sostituendo si ha:

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \frac{v^2}{R^2}$$

$$g \cdot h = \frac{3}{4} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot g \cdot h}$$

Poiché il rullo si muove di moto uniformemente accelerato, le leggi del moto valide sono:

$$v = a \cdot \Delta t$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

Ricavando l'intervallo di tempo dalla prima e sostituendolo nella seconda:

$$a = \frac{v}{\Delta t}$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{\Delta t} \cdot \Delta t^2$$

$$\Delta t = \frac{2 \cdot L}{v} = \frac{2 \cdot L}{\sqrt{\frac{4}{3} \cdot g \cdot h}} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{\frac{4}{3} \cdot 9{,}8 \cdot 1}} = 1{,}66 \text{ s}$$