

Una boa cilindrica di massa $m = 1450 \text{ Kg}$ galleggia restando verticale in acqua salata (densità $1,03 \text{ g/cm}^3$). Il diametro della boa è $d = 0,9 \text{ m}$.

a. Di quanto affonda la boa, quando un uomo di 68 Kg monta sulla sua sommità?

b. Quanto vale il periodo di oscillazione del moto armonico semplice verticale, quando l'uomo si tuffa in acqua?

R.: $0,104 \text{ m}$; $2,99 \text{ s}$;

a. Calcolo dell'affondamento della boa, quando un uomo di 68 Kg monta sulla sua sommità

Calcolo della profondità h_{11} di immersione della boa a vuoto:

Calcolo della forza peso del volume del liquido spostato:

$$F_{p1} = m_1 \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g = \rho_1 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h_{11} \cdot g$$

Calcolo della forza peso della boa:

$$F_p = m \cdot g$$

In condizioni di equilibrio:

$$F_{p1} = F_p$$

$$\rho_1 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h_{11} \cdot g = m \cdot g$$

$$h_{11} = \frac{m}{\rho_1 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1450}{1030 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,9}{2}\right)^2} = 2,212 \text{ m}$$

Calcolo della profondità h_{12} di immersione della boa su cui è salito l'uomo:

Calcolo della forza peso del volume del liquido spostato:

$$F_{p1} = m_1 \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g = \rho_1 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h_{12} \cdot g$$

Calcolo della forza peso della boa e dell'uomo:

$$F_p = (m + m_u) \cdot g$$

In condizioni di equilibrio:

$$F_{p1} = F_p$$

$$\rho_1 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h_{12} \cdot g = (m + m_u) \cdot g$$

$$h_{12} = \frac{(m + m_u)}{\rho_1 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1450 + 68}{1030 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,9}{2}\right)^2} = 2,316 \text{ m}$$

L'affondamento h_o della boa, causato dalla salita dell'uomo, risulta essere:

$$h_o = h_{12} - h_{11} = 2,316 - 2,212 = \mathbf{0,104 \text{ m}}$$

b. Calcolo del periodo di oscillazione del moto armonico semplice verticale, quando l'uomo si tuffa in acqua?

Calcolo della costante elastica dell'acqua, conoscendo l'allungamento dovuto alla salita dell'uomo di massa m_u sulla boa:

$$F = k \cdot \Delta l$$

$$m_u \cdot g = k \cdot h_o$$

$$k = \frac{m_u \cdot g}{h_o}$$

Calcolo del periodo di oscillazione della massa m della boa, conoscendone la costante di allungamento:

$$F = k \cdot \Delta l$$

$$m_u \cdot g = k \cdot h_o$$

$$k = \frac{m_u \cdot g}{h_o}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{m_u \cdot g}{h_o}}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot h_o}{m_u \cdot g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1450 \cdot 0,104}{68 \cdot 9,81}} = \mathbf{2,99 \text{ s}}$$