

meccanica dei fluidi – esercizio n. 9

Sul fondo di una piscina piena d'acqua è ancorata una fune ideale alla quale sono fissate, immerse nell'acqua e a distanze diverse, due boe A e B, entrambe di massa  $m = 3 \text{ kg}$  e densità media  $\rho$  pari ad un terzo di quella dell'acqua. Determinare le tensioni  $T_1$  e  $T_2$  nei tratti di fune compresi tra il fondo e la prima boa A e tra la prima e la seconda boa B.

R.: 117,6 N ; 58,8 N ;

Fissato un asse di riferimento rivolto verso il basso, sulla boa A agiscono le forze:  $T_1$ ,  $T_2$ , peso e spinta di Archimede; per l'equilibrio si ha:

$$T_1 - T_2 + m \cdot g - m_a \cdot g = 0$$

Mentre sulla boa B agiscono le forze  $T_2$  il peso della boa e la spinta di Archimede; per l'equilibrio risulta:

$$T_2 + m \cdot g - m_a \cdot g = 0$$

dove  $m_a$  è la massa d'acqua spostata. Detta  $\rho_a$  la densità dell'acqua, risulta:

$$m_a = \rho_a \cdot V$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$m_a = \rho_a \cdot V = \rho_a \cdot \frac{m}{\rho} = m \cdot \frac{\rho_a}{\rho}$$

sostituendo il valore di  $m_a$  ricavato, nelle due espressioni precedentemente scritte si ha:

$$\begin{cases} T_1 - T_2 + m \cdot g - m_a \cdot g = 0 \\ T_2 + m \cdot g - m_a \cdot g = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 - T_2 + m \cdot g - m \cdot \frac{\rho_a}{\rho} \cdot g = 0 \\ T_2 + m \cdot g - m \cdot \frac{\rho_a}{\rho} \cdot g = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 - T_2 + m \cdot g - m \cdot \frac{\rho_a}{\rho} \cdot g = 0 \\ T_2 + m \cdot g - m \cdot \frac{\rho_a}{\rho} \cdot g = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 - T_2 - m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 0 \\ T_2 = m \cdot \frac{\rho_a}{\rho} \cdot g - m \cdot g = m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 3 \cdot 9,81 \cdot \left( \frac{\rho_a}{3} - 1 \right) = 3 \cdot 9,81 \cdot 2 = 58,8 \text{ N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 - T_2 - m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 0 \\ T_2 = m \cdot \frac{\rho_a}{\rho} \cdot g - m \cdot g = m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 3 \cdot 9,81 \cdot \left( \frac{\rho_a}{3} - 1 \right) = 3 \cdot 9,81 \cdot 2 = 58,8 \text{ N} \end{cases}$$

$$T_1 = m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) + T_2 = m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) + m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 2 \cdot m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 2 \cdot 58,8 = 117,6 \text{ N}$$