meccanica dei fluidi – esercizio n. 8

Una sfera omogenea, di volume V = 25 dm^3 e densità ρ, è trattenuta, completamente immersa nell'acqua di un grande recipiente, da una funicella ideale ancorata al fondo, soggetta ad una tensione T = 20·g N.
A causa della rottura della funicella, la sfera emerge raggiungendo una nuova posizione di equilibrio. Determinare la frazione di sfera emergente e la variazione della reazione vincolare esercitata dal fondo.
R.: 0,8 ; 196,2 N ;

Detta ρ_a la densità dell'acqua, la tensione della funicella è data dalla differenza tra la spinta d'Archimede ed il peso della sfera:

$$T = \rho_a \cdot V \cdot g - \rho \cdot V \cdot g$$

da cui è possibile calcolare la densità ρ della sfera:

$$\rho \cdot V \cdot g = \rho_a \cdot V \cdot g - T$$

$$\rho \cdot = \frac{\rho_a \cdot V \cdot g - T}{V \cdot g} = \frac{\rho_a \cdot V \cdot g - T}{V \cdot g} = \rho_a - \frac{T}{V \cdot g} = 1000 - \frac{20 \cdot g}{25 \cdot 10^{-3} \cdot g} = 200 \ \text{kg/m}^3$$

Quando la sfera emerge, una parte rimane immersa. Detto V_1 il volume di tale parte, si ha:

$$\rho_a \cdot V_1 \cdot g = \rho \cdot V \cdot g$$

$$V_1 = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{\rho_a \cdot g} = \frac{\rho \cdot V}{\rho_a}$$

pertanto:

$$\rho_a \cdot V_1 \cdot g = \rho \cdot V \cdot g$$

$$\frac{V - V_1}{V} = \frac{V - \frac{\rho \cdot V}{\rho_a}}{V} = 1 - \frac{\rho}{\rho_a} = 1 - \frac{200}{1000} = \mathbf{0{,}8}$$

La variazione della reazione vincolare è ovviamente:

$$\Delta R = T - 0 = 20 \cdot g = 20 \cdot 9{,}81 = \mathbf{196{,}2 \ N}$$