

meccanica dei fluidi – esercizio n. 2

Un pallone aereostatico (o mongolfiera) è, come noto, un pallone gonfiato di gas più leggero dell'aria e che perciò vola galleggiando nell'aria. Il tipo più semplice usa aria calda, ora ottenuta in genere con un bruciatore a gas liquido.

Calcolare la temperatura minima T_{\min} dell'aria necessaria per far salire un pallone di raggio $R = 6$ m e di massa totale $M = 130$ kg, se la temperatura dell'aria ambiente è $T_{\text{amb}} = 20$ °C (densità dell'aria a 20 °C $\rho_{\text{aria } 20^\circ\text{C}} = 1,2$ kg/m³).

Calcolare inoltre la quantità di gas liquido che si è dovuta usare per scaldare l'aria, sapendo che 1 kg di gas liquido, bruciando, fornisce 10000 kcal di calore.

(Si consideri l'aria come un gas perfetto biatomico di peso molecolare $m = 29$ g/mol)
R.: 332 °K ; 0,92 kg ;

Calcolo della temperatura minima T_{\min} dell'aria necessaria per far salire il pallone:

Calcolo della forza peso del volume dell'aria spostata dal pallone:

$$F_{p \text{ aria spostata}} = m_{\text{aria spostata}} \cdot g = \rho_{\text{aria spostata}} \cdot V_{\text{aria spostata}} \cdot g = \rho_{\text{aria spostata}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot g$$

Calcolo della forza peso del pallone e del suo carico:

$$F_{p \text{ pallone}} = m_{\text{pallone}} \cdot g = M \cdot g$$

Calcolo della forza peso dell'aria contenuta all'interno del pallone:

$$F_{p \text{ aria pallone}} = m_{\text{aria pallone}} \cdot g$$

In condizioni di equilibrio:

$$F_{p \text{ aria spostata}} = F_{p \text{ pallone}} + F_{p \text{ aria pallone}}$$

$$\rho_{\text{aria spostata}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot g = M \cdot g + m_{\text{aria pallone}} \cdot g$$

$$m_{\text{aria pallone}} = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot \rho_{\text{aria spostata}} - M \cdot g = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 \cdot 1,2 - 130 = 956 \text{ kg}$$

Il numero di moli n corrispondenti alla massa d'aria contenuta all'interno del pallone sono:

$$n = \frac{m_{\text{aria pallone}}}{m} = \frac{956}{29 \cdot 10^{-3}} = 33 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

Dalla legge sui gas perfetti è possibile calcolare la temperatura T_{\min} :

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$T_{\min} = \frac{P \cdot V}{n \cdot R} = \frac{P \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3}{n \cdot R} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3}{33 \cdot 10^3 \cdot 8,315} = 334 \text{ °K}$$

Calcolo della quantità di gas liquido che si è dovuta usare per scaldare l'aria

La quantità di calore somministrata all'aria contenuta all'interno del pallone è:

$$\Delta Q = \frac{7}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{7}{2} \cdot 33 \cdot 10^3 \cdot 8,315 \cdot (334 - 293) = 39376 \cdot 10^3 \text{ J} = \frac{39376 \cdot 10^3}{4186} = 9406 \text{ kcal}$$

Ora è possibile calcolare la quantità di combustibile utilizzato:

$$\Delta Q : x = 10000 : 1$$

$$x = \frac{\Delta Q}{10000} = \frac{9406}{10000} = 0,94 \text{ kg}$$