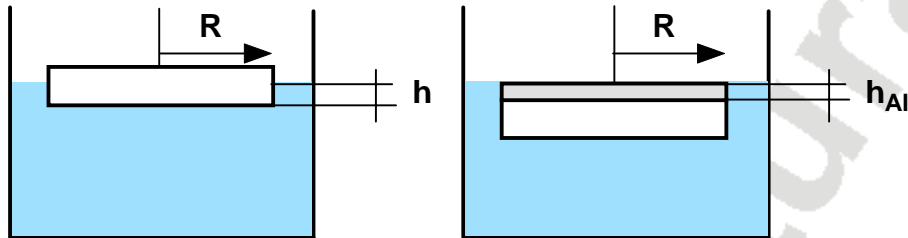


meccanica dei fluidi – esercizio n. 1

Un disco di plastica (densità $\rho_p = 1150 \text{ kg/m}^3$) di raggio R e spessore $h_p = 2 \text{ cm}$ galleggia in una vaschetta contenente un liquido di densità $\rho_l = 1200 \text{ kg/m}^3$. Si determini quale frazione del disco resta immersa nel liquido, in condizioni di equilibrio. Si determini poi qual è il minimo spessore h_{Al} che deve avere un disco di alluminio (densità $\rho_{Al} = 2710 \text{ kg/m}^3$) di raggio R che sovrapposto al disco di plastica faccia affondare l'insieme dei due dischi appena sotto il livello del liquido.

R.: 98,8 % ; 0,66 mm ;



Calcolo della frazione del disco che resta immersa nel liquido, in condizioni di equilibrio:

Calcolo della forza peso del volume del liquido spostato:

$$F_{p_l} = m_l \cdot g = \rho_l \cdot V_l \cdot g = \rho_l \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot g$$

Calcolo della forza peso del disco di plastica:

$$F_p = m_p \cdot g = \rho_p \cdot V_p \cdot g = \rho_p \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h_p \cdot g$$

In condizioni di equilibrio:

$$F_{p_l} = F_p$$

$$\rho_l \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot g = \rho_p \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h_p \cdot g$$

$$h = \frac{\rho_p}{\rho_l} \cdot h_p = \frac{1150}{1200} \cdot 2 = 1,92 \text{ cm}$$

$$\Delta h = \frac{1,92}{2} \cdot 100 = \mathbf{96\%}$$

Calcolo del minimo spessore h_{Al} che deve avere un disco di alluminio che sovrapposto al disco di plastica faccia affondare l'insieme dei due dischi appena sotto il livello del liquido

Calcolo della forza peso del volume del liquido spostato:

$$F_{p_l} = m_l \cdot g = \rho_l \cdot V_l \cdot g = \rho_l \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (h_p + h_{Al}) \cdot g$$

Calcolo della forza peso del disco di plastica e di quello di alluminio:

$$\begin{aligned} F_{p_p} + F_{p_{Al}} &= m_p \cdot g + m_{Al} \cdot g = \rho_p \cdot V_p \cdot g + \rho_{Al} \cdot V_{Al} \cdot g = \rho_p \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h_p \cdot g + \rho_{Al} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h_{Al} \cdot g = \\ &= \pi \cdot R^2 \cdot g \cdot (\rho_p \cdot h_p + \rho_{Al} \cdot h_{Al}) \end{aligned}$$

In condizioni di equilibrio:

$$F_{p_l} = F_{p_p} + F_{p_{Al}}$$

$$\rho_l \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (h_p + h_{Al}) \cdot g = \pi \cdot R^2 \cdot g \cdot (\rho_p \cdot h_p + \rho_{Al} \cdot h_{Al})$$

$$\rho_l \cdot h_p + \rho_l \cdot h_{Al} = \rho_p \cdot h_p + \rho_{Al} \cdot h_{Al}$$

$$\rho_{Al} \cdot h_{Al} - \rho_l \cdot h_{Al} = \rho_l \cdot h_p - \rho_p \cdot h_p$$

$$h_{Al} = \frac{\rho_l - \rho_p}{\rho_{Al} - \rho_l} \cdot h_p = \frac{1200 - 1150}{2710 - 1200} \cdot 2 = 0,066 \text{ cm} = \mathbf{0,66 \text{ mm}}$$