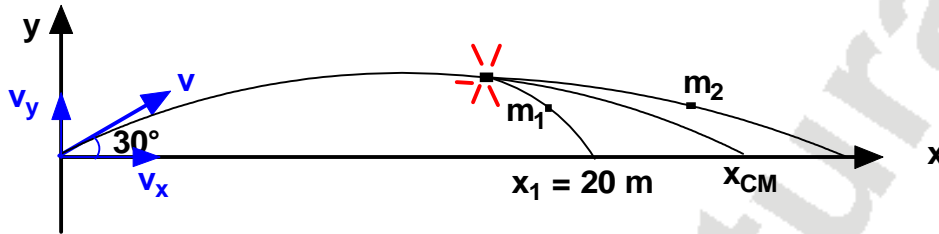


centro di massa – esercizio n. 12

Un proietto è lanciato con una velocità di 20 m/s sotto un angolo di 30° con l'orizzontale. Nel corso della sua traiettoria esplose, suddividendosi in due frammenti, uno dei quali ha una massa doppia di quella dell'altro. I due frammenti colpiscono il suolo nello stesso istante. Il frammento con la massa minore colpisce il suolo a 20 m dal punto di lancio nel verso in cui è stato sparato il proietto. In quale punto colpisce il suolo il secondo frammento?

R.: 43 m ;



Scomponiamo la velocità v nelle sue due componenti v_x e v_y :

$$v_x = v \cdot \cos 30^\circ$$

$$v_y = v \cdot \sin 30^\circ$$

Supponiamo che il proiettile non esploda e calcoliamo il suo punto di impatto col suolo, punto che corrisponderà al punto di impatto del centro di massa del proiettile.

Le leggi del moto saranno:

$$x = v_x \cdot t$$

$$y = v_y \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Quando il proiettile sarà al suolo il valore di y sarà $y = 0$:

$$0 = v_y \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2} \cdot g \cdot t - v_y \right) \cdot t = 0$$

Le soluzioni risultano essere:

$$t = 0 \quad \text{istante in cui il proiettile parte}$$

$$t = \frac{2 \cdot v_y}{g} \quad \text{istante in cui il centro di massa del proiettile ricade al suolo}$$

La distanza di caduta del centro di massa del proiettile sarà:

$$x_{CM} = v_x \cdot t = v_x \cdot \frac{2 \cdot v_y}{g} = v \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{2 \cdot v \cdot \sin 30^\circ}{g} = \frac{v^2}{g} \cdot \sin 60^\circ = \frac{20^2}{9,8} \cdot \sin 60^\circ = 35,34 \text{ m}$$

Indichiamo con $m_1 = m$ ed $m_2 = 2 \cdot m$ le masse dei due frammenti di cui m_1 sia la più piccola che colpisce il suolo alla distanza $x_1 = 20$ m:

Poiché il centro di massa deve restare inalterato si deve verificare che:

$$x_{CM} = \sum \frac{x_i \cdot m_i}{m_i} = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad \Rightarrow \quad x_{CM} = \frac{x_1 \cdot m + x_2 \cdot 2 \cdot m}{m + 2 \cdot m} \quad \Rightarrow$$

$$x_{CM} \cdot 3 \cdot m - x_1 \cdot m = 2 \cdot m \cdot x_2 \quad \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{m \cdot (3 \cdot x_{CM} - x_1)}{2 \cdot m} = \frac{3 \cdot x_{CM} - x_1}{2} = \frac{3 \cdot 35,34 - 20}{2} = 43 \text{ m}$$