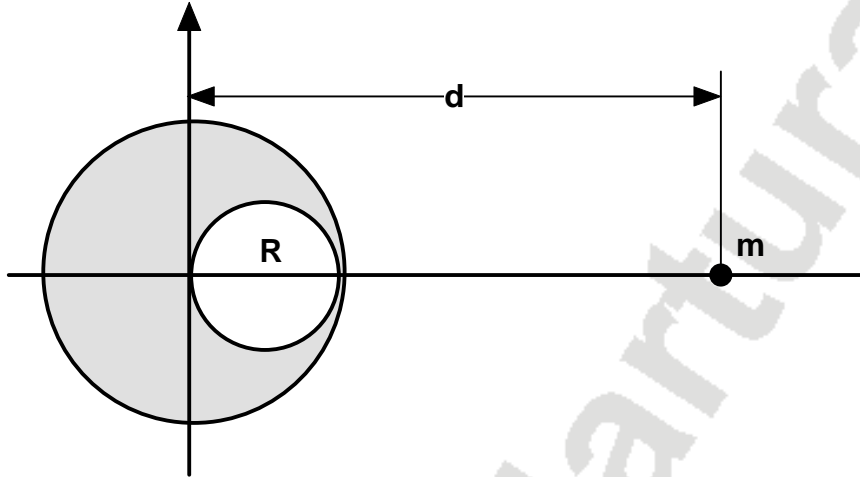


centro di massa – esercizio n. 10

In una sfera di piombo di raggio R è praticata una cavità sferica in modo tale che la sua superficie sia tangente alla superficie esterna della sfera e passi per il centro. La massa della sfera prima di praticare la cavità era M . Con quale forza, secondo la legge di gravitazione universale, la sfera attirerà una sferetta m posta a distanza d dal centro della sfera?

$$R.: (G \cdot M \cdot m / d^2) \cdot \{1 - 1/[8 \cdot (1 - R/2d)^2]\}$$



Consideriamo il corpo come fosse costituito da due sfere separate di massa M ed m_p , costituite dello stesso materiale, e calcoliamo la forza di attrazione per ciascuna di esse considerando quella afferente alla massa m_p negativa:

Supponendo, per le due sfere distinte, che la densità sia la stessa, si avrà che le masse saranno:

$$M = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$m_p = \rho \cdot V_p = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^3$$

Ricavando ρ dalla prima e sostituendo nella seconda:

$$\rho = \frac{3}{4} \cdot \frac{M}{\pi \cdot R^3}$$

$$m_p = \frac{3}{4} \cdot \frac{M}{\pi \cdot R^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{M}{8}$$

$$F_M = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

$$F_{m_p} = -G \cdot \frac{m_p \cdot m}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} = -G \cdot \frac{\frac{M}{8} \cdot m}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{8 \cdot \left[d \cdot \left(1 - \frac{R}{2 \cdot d}\right)\right]^2} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{8 \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{R}{2 \cdot d}\right)^2}$$

La forza risultante sarà:

$$F_M = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} - G \cdot \frac{M \cdot m}{8 \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{R}{2 \cdot d}\right)^2} = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} \cdot \left[1 - \frac{1}{8 \cdot \left(1 - \frac{R}{2 \cdot d}\right)^2}\right]$$