ESPRESSIONE VETTORIALE DELLA POTENZA APPARENTE

La potenza apparente di un carico monofase può essere scritta mediante l'espressione vettoriale $\bar{A} = P + j\cdot Q$ quando si moltiplica il coniugato del vettore tensione $\underline{E}$ per il vettore corrente $\bar{I}$.
Infatti se: $\bar{E} = E\cdot\varepsilon^{j\cdot\varphi_e}$ ed $\bar{I} = I\cdot\varepsilon^{j\cdot\varphi_i}$ si avrà:

$$\underline{E}\cdot\bar{I} = E\cdot\varepsilon^{j\cdot\varphi_e}\cdot I\cdot\varepsilon^{j\cdot\varphi_i} = E\cdot I\cdot\varepsilon^{j\cdot(\varphi_e-\varphi_i)} = E\cdot I\cdot\varepsilon^{j\cdot\varphi} = E\cdot I\cdot\cos\varphi + E\cdot I\cdot sen\varphi =$$
$$= P + j\cdot Q$$

In un sistema trifasi qualsiasi si può sempre considerare la terna $S(A) = (A_1\ ,A_2\ ,A_3)$ in cui ciascuno rappresenta il vettore potenza apparente relativo ad una fase:

$$\bar{A}_1 = \underline{E}_1\cdot\bar{I}_1$$
$$\bar{A}_2 = \underline{E}_2\cdot\bar{I}_2$$
$$\bar{A}_3 = \underline{E}_3\cdot\bar{I}_3$$

Se si indica col simbolo $\underline{S(E)} = S(\underline{E}_1\ ,\underline{E}_2\ ,\underline{E}_3)$ la terna coniugata della terna $S(E)$ e si ricava la definizione di prodotto di terne di vettori, si può scrivere:

$$S(\bar{A}) = \underline{S(E)}\cdot S(\bar{I})$$

Supposti noti i componenti simmetrici delle tensioni e delle correnti:

$$S(\bar{E}) = S^0(\bar{E}_0) + S^1(\bar{E}_d) + S^2(\bar{E}_i) \quad \text{ed} \quad S(\bar{I}) = S^0(\bar{I}_0) + S^1(\bar{I}_d) + S^2(\bar{I}_i)$$

vogliamo determinare i componenti simmetrici della terna $S(\bar{A})$ che rappresenta settorialmente la potenza apparente del sistema.

Essendo:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \bar{E}_0 + \bar{E}_d + \bar{E}_i \\ \bar{E}_2 &= \bar{E}_0 + \alpha^2\cdot\bar{E}_d + \alpha\cdot\bar{E}_i \\ \bar{E}_3 &= \bar{E}_0 + \alpha\cdot\bar{E}_d + \alpha^2\cdot\bar{E}_i \end{aligned} \qquad \text{allora} \qquad \begin{aligned} \underline{E}_1 &= \underline{E}_0 + \underline{E}_d + \underline{E}_i \\ \underline{E}_2 &= \underline{E}_0 + \alpha\cdot\underline{E}_d + \alpha^2\cdot\underline{E}_i \\ \underline{E}_3 &= \underline{E}_0 + \alpha^2\cdot\underline{E}_d + \alpha\cdot\underline{E}_i \end{aligned}$$

e quindi:

$$\underline{S(E)} = S^0(\underline{E}_0) + S^2(\underline{E}_d) + S^1(\underline{E}_i)$$

Calcolando infine $S(\bar{A})$ si ottiene:

$$S(\bar{A}) = \underline{S(E)}\cdot S(\bar{I}) = \left[S^0(\underline{E}_0) + S^2(\underline{E}_d) + S^1(\underline{E}_i)\right]\cdot\left[S^0(\bar{I}_0) + S^1(\bar{I}_d) + S^2(\bar{I}_i)\right] =$$
$$= S^0(\underline{E}_0\cdot\bar{I}_0 + \underline{E}_d\bar{I}_d + \underline{E}_i\bar{I}_i) + S^1(\underline{E}_i\cdot\bar{I}_0 + \underline{E}_0\bar{I}_d + \underline{E}_d\bar{I}_i) + S^2(\underline{E}_0\cdot\bar{I}_d + \underline{E}_i\bar{I}_d + \underline{E}_0\bar{I}_i)$$

formula che permette di ricavare i componenti simmetrici della terna di vettori costituenti la potenza apparente di un sistema trifase qualunque, noti i componenti simmetrici delle tensioni e delle correnti del sistema.

$$\overline{A}_0 = \underline{E}_0 \cdot \overline{I}_0 + \underline{E}_d \overline{I}_d + \underline{E}_i \overline{I}_i$$
$$\overline{A}_d = \underline{E}_i \cdot \overline{I}_0 + \underline{E}_0 \overline{I}_d + \underline{E}_d \overline{I}_i$$
$$\overline{A}_i = \underline{E}_d \cdot \overline{I}_d + \underline{E}_i \overline{I}_d + \underline{E}_0 \overline{I}_i)$$

Le relazioni sopra scritte possono essere ricavate immediatamente ricordando che i termini in parentesi hanno costante non la somma, ma la differenza degli indici.