PRINCIPIO DI SCOMPOSIZIONE DI UNA GENERICA TERNA DI VETTORI

Si dimostra che una terna qualsiasi di vettori (spuria) $S(\overline{A}) = (\overline{A}_1 \ , \overline{A}_2 \ , \overline{A}_3)$ può sempre scomporsi nella somma di tre terne simmetriche di vettori componenti di cui:

- Una costituita di tre vettori uguali o sovrapposti: $S^0(\overline{A}_0) = (\overline{A}_0 \ , \overline{A}_0 \ , \overline{A}_0)$ chiamata terna di sequenza zero o omopolare.
- Una costituita da tre vettori uguali, sfasati di 120°, disposti nel senso ciclico diretto chiamata terna di sequenza uno o diretta: $S^1(\overline{A}_d) = (\overline{A}_d \ , \alpha^2 \cdot \overline{A}_d \ , \alpha \cdot \overline{A}_d)$
- Una costituita da tre vettori uguali, sfasati di 120°, disposti nel senso ciclico inverso chiamata terna di sequenza due o inversa: $S^2(\overline{A}_i) = (\overline{A}_i \ , \alpha \cdot \overline{A}_i \ , \alpha^2 \cdot \overline{A}_i)$

Il primo vettore della terna originaria è la somma dei primi tre vettori delle terne componenti, il secondo è la somma dei secondi, il terzo è la somma dei terzi.

Si può allora scrivere:

$$\begin{aligned} \overline{A}_1 &= \overline{A}_0 + \overline{A}_d + \overline{A}_i \\ \overline{A}_2 &= \overline{A}_0 + \alpha^2 \cdot \overline{A}_d + \alpha \cdot \overline{A}_i \\ \overline{A}_3 &= \overline{A}_0 + \alpha \cdot \overline{A}_d + \alpha^2 \cdot \overline{A}_i \end{aligned}$$

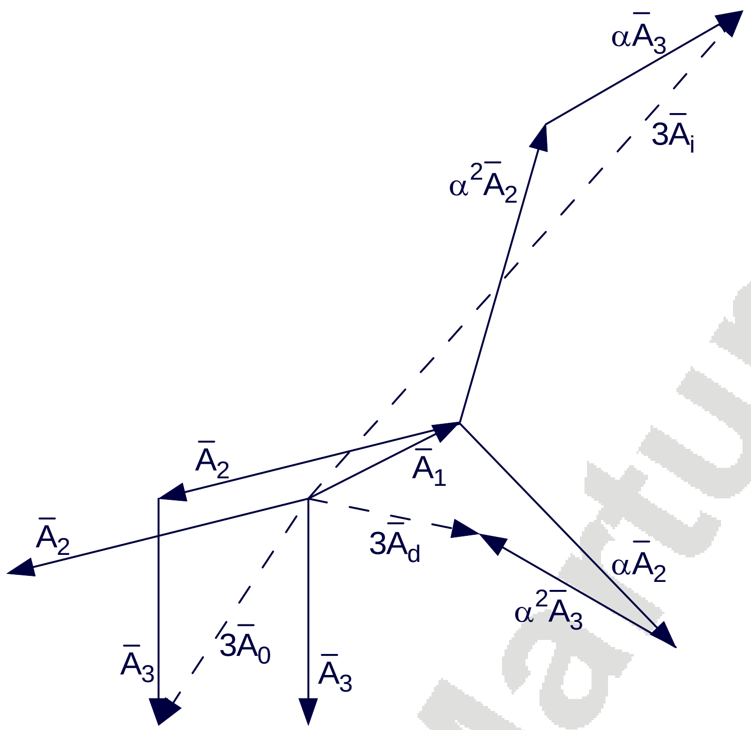
Si tratta allora di un sistema lineare di tre equazioni con tre incognite $(\overline{A}_0 \ , \overline{A}_d \ , \overline{A}_i)$ il quale ammette sempre una soluzione ed una sola.

Sommando infatti le tre equazioni una prima volta come sono, una seconda volta dopo aver moltiplicato la seconda per α e la terza per α^2 e finalmente dopo aver moltiplicato la seconda per α^2 e la terza per α , si ottiene:

$$\begin{aligned} \overline{A}_0 &= \frac{1}{3}\left(\overline{A}_1 + \overline{A}_2 + \overline{A}_3\right) \\ \overline{A}_d &= \frac{1}{3}\left(\overline{A}_1 + \alpha \cdot \overline{A}_2 + \alpha^2 \cdot \overline{A}_3\right) \\ \overline{A}_i &= \frac{1}{3}\left(\overline{A}_1 + \alpha^2 \cdot \overline{A}_2 + \alpha \cdot \overline{A}_3\right) \end{aligned}$$

Risultano quindi determinati univocamente, in base alla terna assegnata i vettori $\overline{A}_0 \ , \overline{A}_d \ , \overline{A}_i$ a con essi le tre terne componenti: inversamente dati i tre vettori $\overline{A}_0 \ , \overline{A}_d \ , \overline{A}_i$ è univocamente determinata la terna $\overline{A}_1 \ , \overline{A}_2 \ , \overline{A}_3$.

I vettori $\overline{A}_0 \ , \overline{A}_d \ , \overline{A}_i$ si possono determinare anche graficamente interpretando le formule sopra scritte come mostra la figura.



CONCLUSIONI SULLA RAPPRESENTAZ IONE DELLE TERNE DI VETTORI SIMMETRICI MEDIANTE SEQUENZE DI OPERATORI VETTORIALI.

Un sistema simmetrico diretto costituito dai tre vettori $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$,$\bar{A}_3$ si usa rappresentare brevemente col simbolo $S^1(\bar{A}_d)$ avendo indicato con S^1 la sequenza dei tre operatori 1 , α^2 , α .

$$S^1(\bar{A}_d) = (\bar{A}_1 = \bar{A}_d \ ; \bar{A}_2 = \alpha^2 \cdot \bar{A}_d \ ; \bar{A}_3 = \alpha \cdot \bar{A}_d)$$

Analogamente un sistema simmetrico inverso costituito dai tre vettori $\bar{B}_1$, $\bar{B}_2$,$\bar{B}_3$ si usa rappresentare brevemente col simbolo $S^2(\bar{B}_i)$ avendo indicato con S^2 la sequenza dei tre operatori 1 , α , α^2 .

$$S^2(\bar{B}_i) = (\bar{B}_1 = \bar{B}_i \ ; \bar{B}_2 = \alpha \cdot \bar{B}_i \ ; \bar{B}_3 = \alpha^2 \cdot \bar{B}_i)$$

Per analogia si usa chiamare simmetrica anche la terna di vettori costituita da tre vettori C_0 uguali e sovrapposti; essa si rappresenta brevemente col simbolo $S^0(\bar{C}_0)$ avendo indicato con S^0 la sequenza dei tre operatori 1 , 1 , 1.

$$S^0(\bar{C}_0) = (\bar{C}_0 \ ; \bar{C}_0 \ ; \bar{C}_0)$$

Tale terna è però spuria in quanto la somma di tali vettori è $\neq 0$