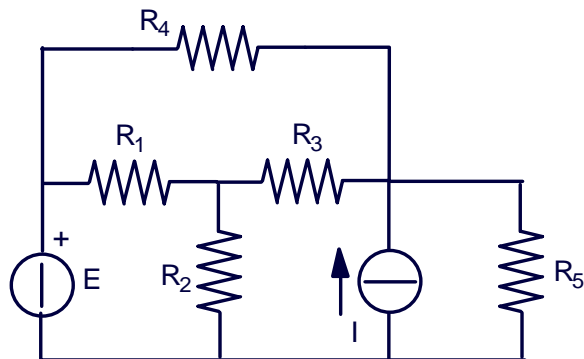


Trasformazione triangolo stella – esercizio n. 10

Calcolare la potenza assorbita da ogni resistore presente nel circuito, tensioni e correnti in ogni ramo.



$$E = 30 \text{ V}$$

$$I = 2 \text{ A}$$

$$R_1 = 40 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 25 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = 20 \text{ } \Omega$$

$$R_4 = 400 \text{ } \Omega$$

$$R_5 = 100 \text{ } \Omega$$

Verrà utilizzata la trasformazione triangolo stella ed il teorema di Millman.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze parallelo.

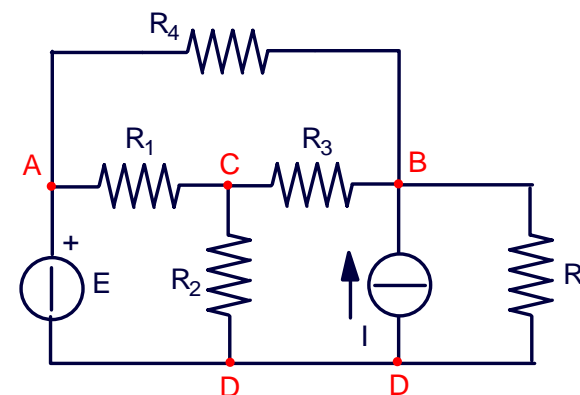


figura n. 1

Trasformazione triangolo stella – esercizio n. 10

Si individua il triangolo di resistenze R_1 , R_3 ed R_4 con vertici in A, B, C e si trasforma in una stella di resistenze R_A , R_B ed R_C con vertici in A, B e C e centro stella in O.

Le relazioni necessarie per passare da resistenze connesse a triangolo a resistenze connesse a stella sono:

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{40 \cdot 400}{40 + 20 + 400} = 34,78 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 400}{40 + 20 + 400} = 17,39 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{40 \cdot 20}{40 + 20 + 400} = 1,74 \Omega$$

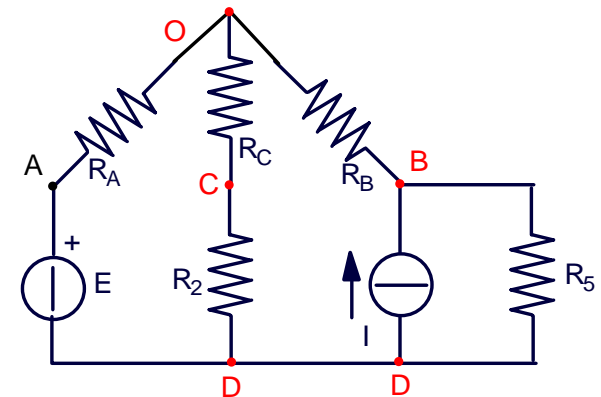


figura n. 2

Le resistenze R_C ed R_2 risultano essere in serie e pertanto:

$$R_S = R_C + R_2 = 1,74 + 25 = 26,74 \Omega$$

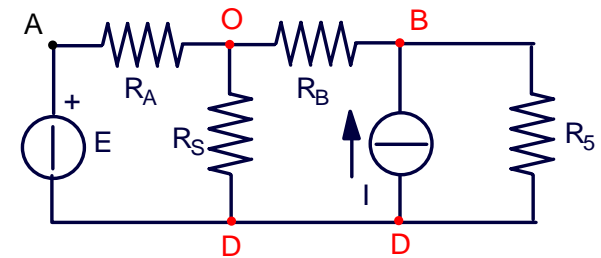


figura n. 3

Si trasformi il generatore di corrente in un generatore di tensione:

$$E_1 = I \cdot R_5 = 2 \cdot 100 = 200 \text{ V}$$

Facendo ciò le resistenze R_B ed R_5 saranno in serie e pertanto:

$$R_{S1} = R_B + R_5 = 17,39 + 100 = 117,39 \Omega$$

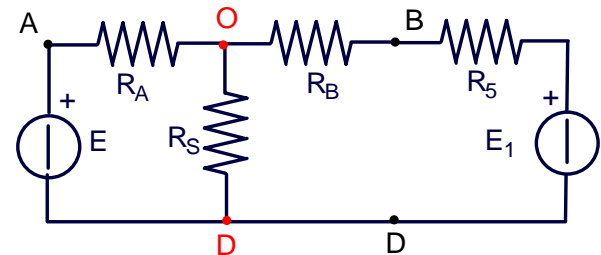


figura n. 4

Trasformazione triangolo stella – esercizio n. 10

Il circuito in oggetto è costituito da soli due nodi e pertanto è possibile applicare il teorema di Millman per calcolare la d.d.p. V_{OD} :

$$V_{OD} = \frac{\frac{E}{R_A} + \frac{E_1}{R_{S1}}}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_{S1}}} = \frac{\frac{30}{34,78} + \frac{200}{117,39}}{\frac{1}{34,78} + \frac{1}{26,74} + \frac{1}{117,39}} = 34,37 \text{ V}$$

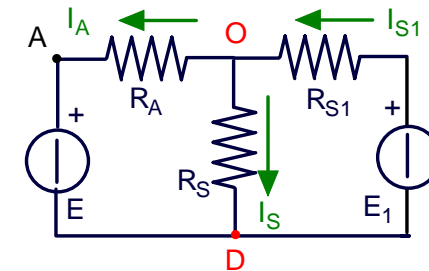


figura n. 5

Si procede al calcolo delle tre correnti I_A , I_S ed I_{S1} :

Calcolo della corrente I_A :

$$V_{OD} = E + R_A \cdot I_A$$

$$I_A = \frac{V_{OD} - E}{R_A} = \frac{34,37 - 30}{34,78} = 0,126$$

Calcolo della corrente I_{S1} :

$$V_{OD} = E - R_{S1} \cdot I_{S1}$$

$$I_{S1} = \frac{E_1 - V_{OD}}{R_{S1}} = \frac{200 - 34,37}{117,39} = 1,41 \text{ A}$$

Calcolo della corrente I_S :

$$V_{OD} = R_S \cdot I_S$$

$$I_S = \frac{V_{OD}}{R_S} = \frac{34,37}{26,74} = 1,28 \text{ A}$$

Si procede al calcolo della d.d.p. V_{BD} :

$$V_{BD} = E_1 - R_5 \cdot I_{S1} = 200 - 100 \cdot 1,41 = 59 \text{ V}$$

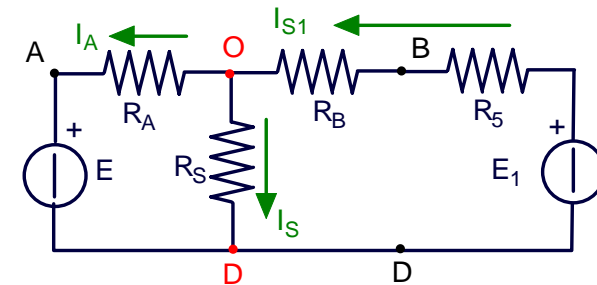


figura n. 6

Trasformazione triangolo stella – esercizio n. 10

Si ritorna al circuito in cui era presente il generatore di corrente.

Tale generatore, essendo tra i nodi B e D sarà sottoposto alla d.d.p. V_{BD} , già calcolata in precedenza.

$$V_{BD} = 59 \text{ V}$$

Conoscendo V_{BD} è possibile calcolare la effettiva corrente I_5 nella resistenza R_5 in parallelo al generatore di corrente:

$$V_{BD} = R_5 \cdot I_5$$

$$I_5 = \frac{V_{BD}}{R_5} = \frac{59}{100} = 0,59 \text{ A}$$

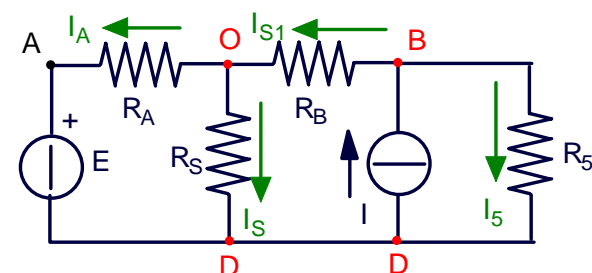


figura n. 7

Si calcolino adesso le tre d.d.p. V_{CA} , V_{BA} e V_{BC} :

$$V_{CA} = R_A \cdot I_A - R_C \cdot I_S = 34,78 \cdot 0,126 - 1,74 \cdot 1,28 = 2,16 \text{ V}$$

$$V_{BA} = R_A \cdot I_A + R_B \cdot I_{S1} = 34,78 \cdot 0,126 + 17,39 \cdot 1,41 = 28,90 \text{ V}$$

$$V_{BC} = R_B \cdot I_{S1} + R_C \cdot I_S = 17,39 \cdot 1,41 + 1,74 \cdot 1,28 = 26,75 \text{ V}$$

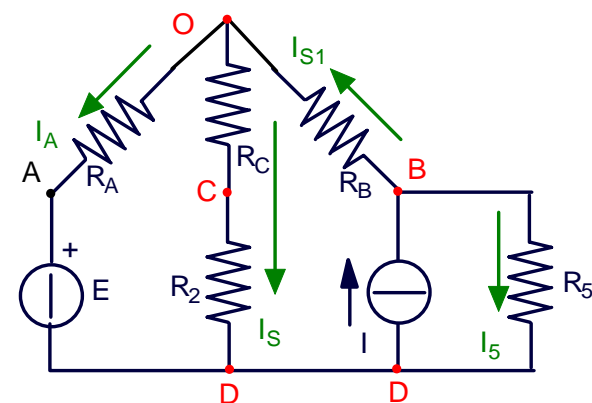


figura n. 8

Trasformazione triangolo stella – esercizio n. 10

È infine possibile calcolare le correnti I_1 , I_3 ed I_4 nelle resistenze R_1 , R_3 ed R_4 :

$$V_{CA} = R_1 \cdot I_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{V_{CA}}{R_1} = \frac{2,16}{40} = 0,054 \text{ A}$$

$$V_{BC} = R_3 \cdot I_3 \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{V_{BC}}{R_3} = \frac{26,75}{20} = 1,34 \text{ A}$$

$$V_{BA} = R_4 \cdot I_4 \quad \Rightarrow \quad I_4 = \frac{V_{BA}}{R_4} = \frac{28,90}{400} = 0,072 \text{ A}$$

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

La potenza erogata dal generatore di corrente (corrente I e d.d.p. V_{BD} sono concordi) risulta essere:

$$P_I = I \cdot V_{BD} = 2 \cdot 59 = 118 \text{ W}$$

La potenza assorbita dal generatore di tensione (f.e.m. E e corrente I_A sono discordi) risulta essere:

$$P_E = E \cdot I_A = 30 \cdot 0,126 = 3,78 \text{ W}$$

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{\text{erogata}} = P_I = 118 \text{ W}$$

$$P_{\text{assorbita}} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} + P_E = 0,12 + 40,96 + 35,91 + 2,07 + 34,81 + 3,78 = 117,65 \cong 118 \text{ W}$$

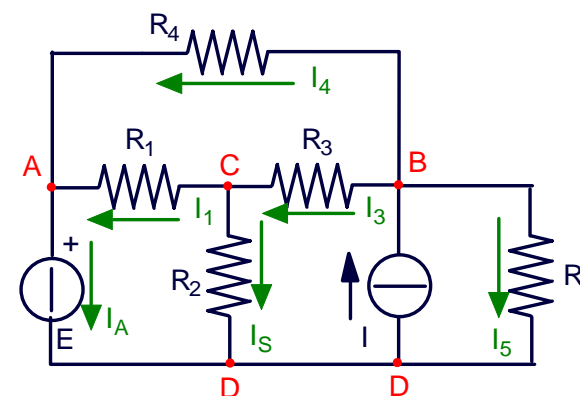


figura n. 1

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 40 \cdot 0,054^2 = 0,12 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 25 \cdot 1,28^2 = 40,96 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 20 \cdot 1,34^2 = 35,91 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 400 \cdot 0,072^2 = 2,07 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 100 \cdot 0,59^2 = 34,81 \text{ W}$$