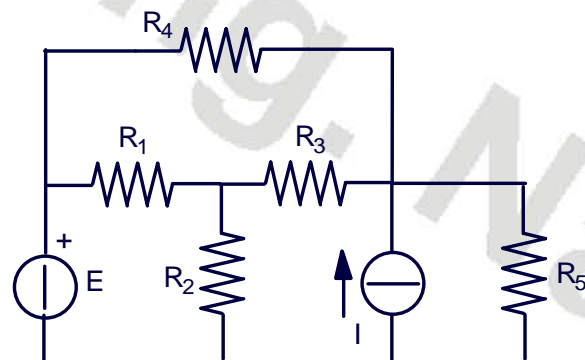


Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 10

Calcolare la potenza assorbita da ogni resistore presente nel circuito, tensioni e correnti in ogni ramo.



$E = 30 \text{ V}$	$E = 30 \text{ V}$
$I = 2 \text{ A}$	$I = 2 \text{ A}$
$R_1 = 40 \ \Omega$	$R_1 = 40 \ \Omega$
$R_2 = 25 \ \Omega$	$R_2 = 25 \ \Omega$
$R_3 = 20 \ \Omega$	$R_3 = 20 \ \Omega$
$R_4 = 400 \ \Omega$	$R_4 = 400 \ \Omega$
$R_5 = 100 \ \Omega$	$R_5 = 100 \ \Omega$

Verrà utilizzato il metodo delle correnti fittizie di maglia o metodo di Maxwell.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

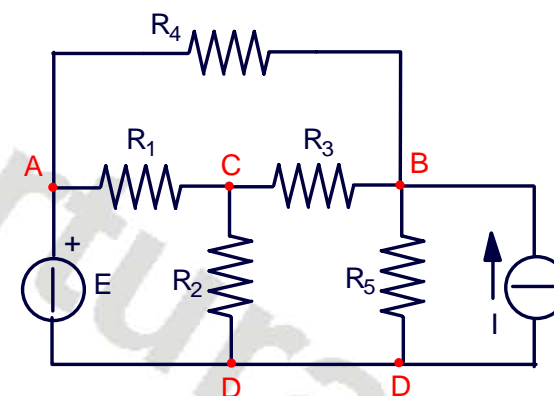


figura n. 1

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 10

Si stabiliscano i nodi, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano:

$n = 4$ nodi

$r = 7$ rami

$[r - (n - 1)] = [7 - (4 - 1)] = 4$ maglie indipendenti.

Si disegnino in modo arbitrario le correnti di ramo che devono essere 7 perchè tanti sono i rami (anche se la corrente nel ramo BD risulta già essere nota), e le correnti fittizie di maglia che devono essere 4, perchè tante sono le maglie indipendenti.

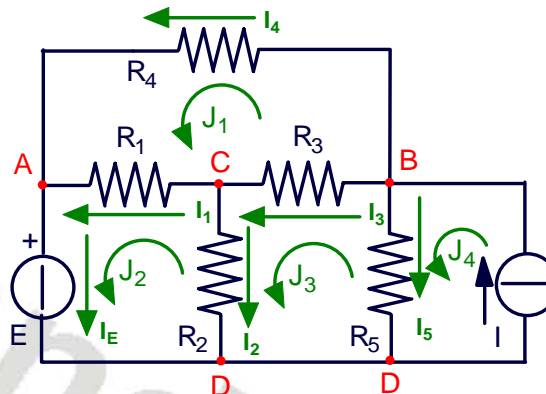


figura n. 2

Le relazioni esistenti tra le correnti di ramo e quelle fittizie di maglia, fissate come in figura, saranno:

$$I_1 = J_2 - J_1$$

$$I_2 = J_3 - J_2$$

$$I_3 = J_3 - J_1$$

$$I_4 = J_1$$

$$I_5 = J_4 - J_3 = I - J_3$$

$$I_E = J_2$$

Si sottolinea ancora che, avendo scambiato la resistenza R_5 con il generatore di corrente I (ciò è possibile perché R_5 ed I sono in parallelo), il generatore di corrente I appartiene ora ad una sola maglia e pertanto la corrente di maglia J_4 coinciderà con la corrente erogata dal generatore $J_4 = I$, semplificando così la risoluzione dell'esercizio perché ovviamente scriveremo solo tre equazioni alle maglie invece di quattro.

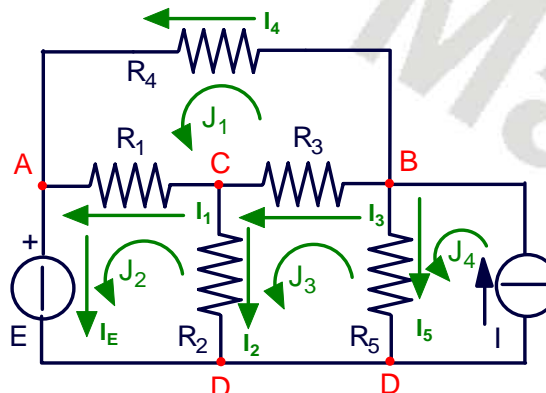


figura n. 3

Si applichi allora il secondo principio di Kirchhoff alle tre maglie così individuate, utilizzando le correnti fittizie J_1, J_2, J_3 e $J_4 = I$.

(Il verso di ciascuna delle correnti fittizie di maglia sia considerato anche come verso positivo di percorrenza della maglia quando si applica il secondo principio di Kirchhoff)

$$\begin{cases} (R_1 + R_4 + R_3) \cdot J_1 - R_1 \cdot J_2 - R_3 \cdot J_3 = 0 \\ -R_1 \cdot J_1 + (R_1 + R_2) \cdot J_2 - R_2 \cdot J_3 = -E \\ -R_3 \cdot J_1 - R_2 \cdot J_2 + (R_2 + R_3 + R_5) \cdot J_3 - R_5 \cdot I = 0 \end{cases}$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 10

Sostituendo i valori:

$$\begin{cases} (40 + 400 + 20) \cdot J_1 - 40 \cdot J_2 - 20 \cdot J_3 = 0 \\ -40 \cdot J_1 + (40 + 25) \cdot J_2 - 25 \cdot J_3 = -30 \\ -20 \cdot J_1 - 25 \cdot J_2 + (25 + 20 + 100) \cdot J_3 - 100 \cdot 2 = 0 \end{cases}$$

Semplificando:

$$\begin{cases} 460 \cdot J_1 - 40 \cdot J_2 - 20 \cdot J_3 = 0 \\ -40 \cdot J_1 + 65 \cdot J_2 - 25 \cdot J_3 = -30 \\ -20 \cdot J_1 - 25 \cdot J_2 + 145 \cdot J_3 - 200 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2 - J_3 = 0 \\ -8 \cdot J_1 + 13 \cdot J_2 - 5 \cdot J_3 = -6 \\ -4 \cdot J_1 - 5 \cdot J_2 + 29 \cdot J_3 - 40 = 0 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema (la risoluzione è riportata nelle note) si determinano le correnti fittizie di maglia J_1 , J_2 , J_3 e J_4 :

$$J_1 = 0,07$$

$$J_2 = 0,13$$

$$J_3 = 1,40$$

Si calcolino ora le correnti effettive di ramo I_1 , I_2 , I_3 , I_4 ed I_5 :

$$I_1 = J_2 - J_1 = 0,13 - 0,07 = 0,06$$

$$I_2 = J_3 - J_2 = 1,40 - 0,13 = 1,27$$

$$I_3 = J_3 - J_1 = 1,40 - 0,07 = 1,33$$

$$I_4 = J_1 = 0,07$$

$$I_5 = J_4 - J_3 = 2 - J_3 = 2 - 1,40 = 0,6$$

$$I_E = J_2 = 0,13$$

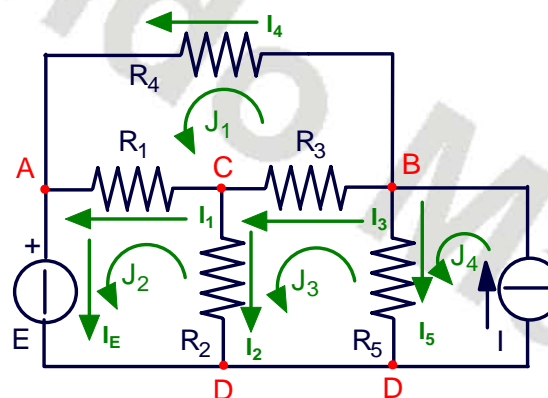


figura n. 4

$$I_1 = 0,06 \text{ A}$$

$$I_2 = 1,27 \text{ A}$$

$$I_3 = 1,33 \text{ A}$$

$$I_4 = 0,07 \text{ A}$$

$$I_5 = 0,6 \text{ A}$$

$$I_E = 0,13 \text{ A}$$

Calcolo della d.d.p. V_{BD} :

$$V_{BD} = R_5 \cdot I_5 = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ V}$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 10

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

La potenza erogata dal generatore di corrente (corrente I e d.d.p. V_{BD} sono concordi) risulta essere:

$$P_I = I \cdot V_{BD} = 2 \cdot 60 = 120 \text{ W}$$

La potenza assorbita dal generatore di tensione (f.e.m. E e corrente I_A sono discordi) risulta essere:

$$P_E = E \cdot I_A = 30 \cdot 0,13 = 3,9 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 40 \cdot 0,06^2 = 0,14 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 25 \cdot 1,27^2 = 40,32 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 20 \cdot 1,33^2 = 35,37 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 400 \cdot 0,07^2 = 1,96 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 100 \cdot 0,6^2 = 36,0 \text{ W}$$

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{\text{erogata}} = P_I = 120 \text{ W}$$

$$P_{\text{assorbita}} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} + P_E = 0,14 + 40,32 + 35,37 + 1,96 + 36,0 + 3,9 = 117,69 \cong 120 \text{ W}$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 10

Note: Risoluzione del sistema

$$\begin{cases} 23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2 - J_3 = 0 \\ -8 \cdot J_1 + 13 \cdot J_2 - 5 \cdot J_3 = -6 \\ -4 \cdot J_1 - 5 \cdot J_2 + 29 \cdot J_3 - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J_3 = 23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2 \\ -8 \cdot J_1 + 13 \cdot J_2 - 5 \cdot (23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2) = -6 \\ -4 \cdot J_1 - 5 \cdot J_2 + 29 \cdot (23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2) - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J_3 = 23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2 \\ -123 \cdot J_1 + 23 \cdot J_2 = -6 \\ 663 \cdot J_1 - 63 \cdot J_2 - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} J_3 &= 23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2 & J_3 &= 23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2 & J_3 &= 23 \cdot J_1 - 2 \cdot J_2 = 23 \cdot 0,07 - 2 \cdot 0,13 = 1,40 \\ J_2 &= 5,35 \cdot J_1 - 0,26 & \Rightarrow J_2 &= 5,35 \cdot J_1 - 0,26 & \Rightarrow J_2 &= 5,35 \cdot J_1 - 0,26 = 5,35 \cdot 0,07 - 0,26 = 0,13 \\ 663 \cdot J_1 - 63 \cdot (5,35 \cdot J_1 - 0,26) - 40 &= 0 & 325,95 \cdot J_1 &= 23,62 & J_1 &= 0,07 \end{aligned}$$