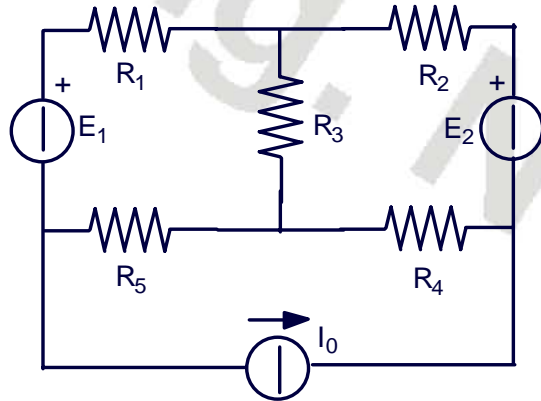


Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 9

Calcolare la potenza assorbita da ogni resistore presente nel circuito, tensioni e correnti in ogni ramo.
Indicare con chiarezza qual è il metodo di risoluzione scelto (Sistema di Kirchoff, metodo sostituzioni, maglie, nodi, sovrapposizione effetti, metodo delle correnti di maglia, ecc...)



$$E_1 = 300 \text{ V}$$

$$E_2 = 200 \text{ V}$$

$$I_0 = 6 \text{ A}$$

$$R_1 = 10 \ \Omega$$

$$R_2 = 8 \ \Omega$$

$$R_3 = 20 \ \Omega$$

$$R_4 = 10 \ \Omega$$

$$R_5 = 5 \ \Omega$$

Verrà utilizzato il metodo delle correnti fittizie di maglia o metodo di Maxwell.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

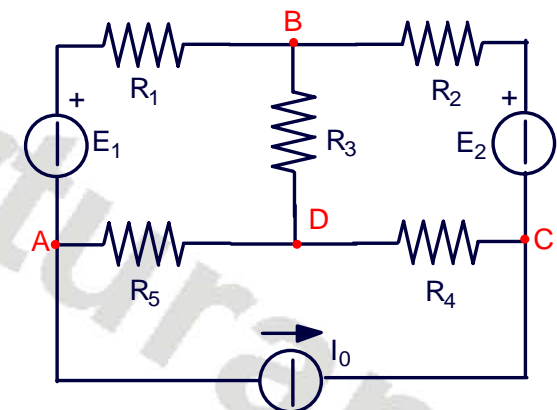


figura n. 1

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 9

Si stabiliscano i nodi, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano:

$n = 4$ nodi

$r = 6$ rami

$[r - (n - 1)] = [6 - (4 - 1)] = 3$ maglie indipendenti.

In condizioni normali avremmo disegnato in modo arbitrario, le correnti di ramo che dovrebbero essere 6 perchè tanti sono i rami (anche se la corrente nel ramo AC risulta già essere nota), e le correnti fittizie di maglia che dovrebbero essere 3, perchè tante sono le maglie indipendenti.

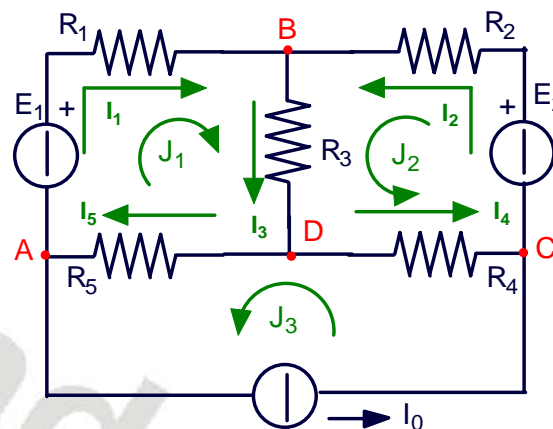


figura n. 2

Le relazioni esistenti tra le correnti di ramo e quelle fittizie di maglia, fissate come in figura, saranno:

$$I_0 = J_3 = 6 \text{ A}$$

$$I_1 = J_1$$

$$I_2 = J_2$$

$$I_3 = J_1 + J_2$$

$$I_4 = J_2 - J_3 = J_2 - 6$$

$$I_5 = J_1 + J_3 = J_1 + 6$$

Si sottolinea ancora che il generatore di corrente I_0 appartiene ad una sola maglia e pertanto la corrente di maglia J_3 coinciderà con la corrente erogata dal generatore $J_3 = I_0$, semplificando così la risoluzione dell'esercizio perchè ovviamente scriveremo solo due equazioni alle maglie invece di tre.

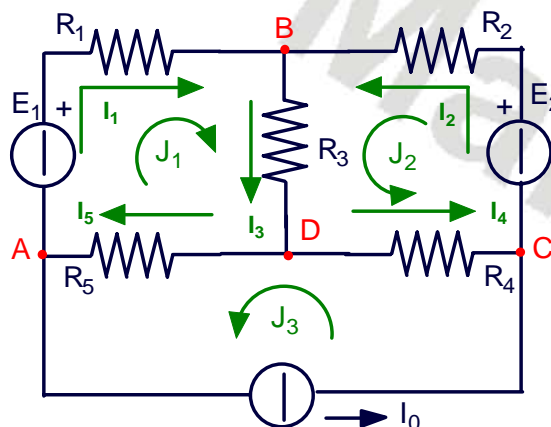


figura n. 3

Si applichi allora il secondo principio di Kirchhoff alle due maglie così individuate, utilizzando le correnti fittizie J_1 , J_2 e $J_3 = 6$

(Il verso di ciascuna delle correnti fittizie di maglia sia considerato anche come verso positivo di percorrenza della maglia quando si applica il secondo principio di Kirchhoff)

$$\begin{cases} R_1 \cdot J_1 + R_3 \cdot (J_1 + J_2) + R_5 \cdot (J_1 + 6) = E_1 \\ R_2 \cdot J_2 + R_3 \cdot (J_2 + J_1) + R_4 \cdot (J_2 - 6) = E_2 \end{cases}$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 9

Semplificando:

$$\begin{cases} (R_1 + R_3 + R_5) \cdot J_1 + R_3 \cdot J_2 + R_5 \cdot 6 = E_1 \\ R_3 \cdot J_1 + (R_2 + R_3 + R_4) \cdot J_2 - R_4 \cdot 6 = E_2 \end{cases}$$

Sostituendo i valori:

$$\begin{cases} (10 + 20 + 5) \cdot J_1 + 20 \cdot J_2 + 5 \cdot 6 = 300 \\ 20 \cdot J_1 + (8 + 20 + 10) \cdot J_2 - 10 \cdot 6 = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 35 \cdot J_1 + 20 \cdot J_2 = 270 \\ 20 \cdot J_1 + 38 \cdot J_2 = 260 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si determinano le correnti fittizie di maglia J_1 e J_2 :

$$\begin{cases} J_1 = 5,44 \text{ A} \\ J_2 = 3,98 \text{ A} \end{cases}$$

e successivamente le correnti effettive di ramo I_1, I_2, I_3, I_4 ed I_5 :

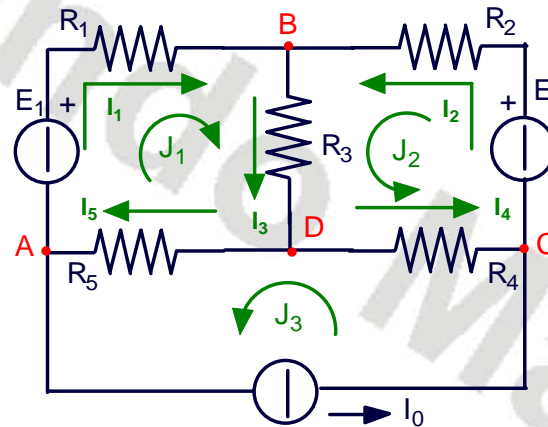


figura n. 4

$$I_1 = J_1 = 5,44$$

$$I_2 = J_2 = 3,98$$

$$I_3 = J_1 + J_2 = 5,44 + 3,98 = 9,42$$

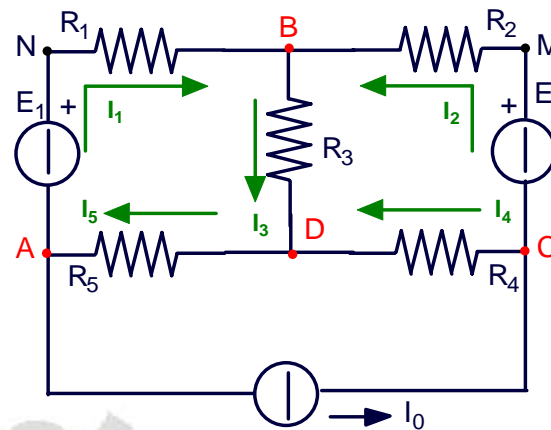
$$I_4 = J_2 - J_3 = J_2 - 6 = 3,98 - 6 = -2,02$$

$$I_5 = J_1 + J_3 = J_1 + 6 = 5,44 + 6 = 11,44$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 9

Poiché il valore della corrente I_4 risulta essere negativo, allora il verso arbitrariamente assegnato ad I_4 nella figura n. 4, deve essere invertito.

In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 5:



$$\begin{aligned} I_1 &= 5,44 \text{ A} \\ I_2 &= 3,98 \text{ A} \\ I_3 &= 9,42 \text{ A} \\ I_4 &= 2,02 \text{ A} \\ I_5 &= 11,44 \text{ A} \end{aligned}$$

figura n. 5

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Per calcolare la potenza fornita dal generatore di corrente occorre la d.d.p. V_{CA} .

$$V_{CA} = R_4 \cdot I_4 + R_5 \cdot I_5 = 10 \cdot 2,02 + 5 \cdot 11,44 = 77,4 \text{ V}$$

Le altre d.d.p. presenti nel circuito risultano essere:

$$V_{BA} = E_1 - R_1 \cdot I_1 = 300 - 10 \cdot 5,44 = 245,6 \text{ V}$$

$$V_{BC} = E_2 - R_2 \cdot I_2 = 200 - 8 \cdot 3,98 = 168,2 \text{ V}$$

$$V_{BD} = R_3 \cdot I_3 = 20 \cdot 9,42 = 188,4 \text{ V}$$

$$V_{CD} = R_4 \cdot I_4 = 10 \cdot 2,02 = 20,2 \text{ V}$$

$$V_{DA} = R_5 \cdot I_5 = 5 \cdot 11,44 = 57,2 \text{ V}$$

$$V_{NB} = R_1 \cdot I_1 = 10 \cdot 5,44 = 54,4 \text{ V}$$

$$V_{MB} = R_2 \cdot I_2 = 8 \cdot 3,98 = 31,84 \text{ V}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze:

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 10 \cdot 5,44^2 = 295,94 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 8 \cdot 3,98^2 = 126,72 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 20 \cdot 9,42^2 = 1774,73 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 10 \cdot 2,02^2 = 40,80 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 5 \cdot 11,44^2 = 654,37 \text{ W}$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 9

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{E_T} = P_{E_1} + P_{E_2} + P_{I_0} = 1632 + 796 + 464,4 = 2892,4 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} = 295,94 + 126,72 + 1774,73 + 40,80 + 654,37 = 2892,37 \text{ W}$$