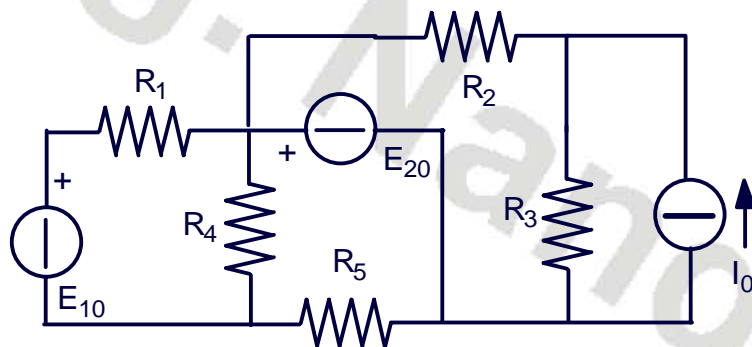


Teorema di Thévenin – esercizio n. 8

Si consideri la rete in regime stazionario.

Si determini la potenza erogata dai generatori presenti utilizzando una o più volte il teorema del generatore equivalente (Thévenin).



$$E_{10} = 60 \text{ V}$$

$$E_{20} = 60 \text{ V}$$

$$I_0 = 3 \text{ A}$$

$$R_1 = 4 \Omega$$

$$R_2 = 4 \Omega$$

$$R_3 = 4 \Omega$$

$$R_4 = 4 \Omega$$

$$R_5 = 4 \Omega$$

Teorema di Thévenin:

Una rete elettrica lineare comunque complessa vista da due morsetti equivale ad un generatore reale di tensione.

La f.e.m. del generatore equivalente E_{Th} corrisponde alla tensione a vuoto presente tra i due morsetti quando il carico è stato soppresso.

La resistenza interna del generatore R_{Th} è quella vista dai terminali stessi a vuoto, dopo aver cortocircuitato i generatori di tensione ed aperti quelli di corrente.

Nota: Il verso della d.d.p. tra i punti a vuoto (senza la resistenza R) che produce il generatore di tensione di Thévenin deve essere lo stesso verso della d.d.p. che produce la rete da semplificare

Teorema di Thévenin – esercizio n. 8

Verrà utilizzata la convezione dell'utilizzatore

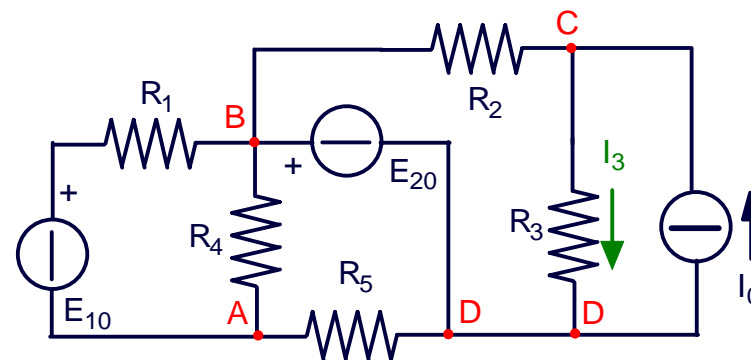
Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

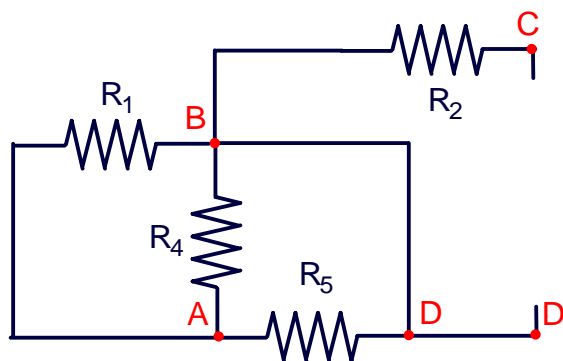
Teorema del generatore equivalente applicato ad R_3 .

Per conoscere la potenza erogata dal generatore di corrente I_0 occorre determinare la d.d.p. V_{CD} ai suoi capi e quindi è necessario determinare la corrente I_3 che attraversa la resistenza R_3 .

$$V_{CD} = R_3 \cdot I_3$$



Circuito per il calcolo di R_{Th} :

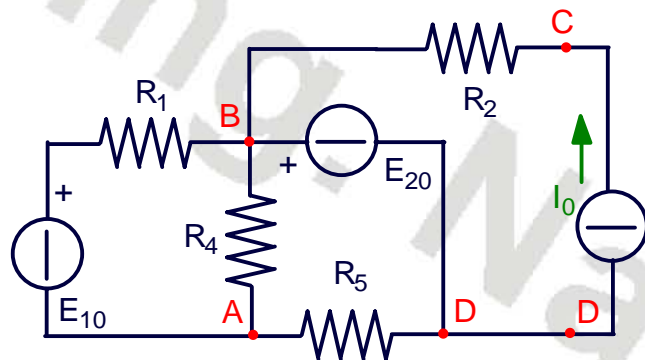


La resistenza R_{Th} vista da i terminali C e D è costituita dalla resistenza R_2 .

$$R_{Th} = R_{CD} = R_2 = 4 \Omega$$

Teorema di Thévenin – esercizio n. 8

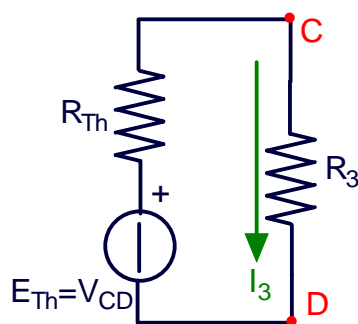
Circuito per il calcolo di $E_{Th} = V_{DC}$:



Per calcolare V_{CD} si utilizza la strada costituita dalla resistenza R_2 in cui circola la corrente I_0 ed il generatore E_{20} :

$$E_{Th} = V_{CD} = R_2 \cdot I_0 + E_{20} = 4 \cdot 3 + 60 = 72 \text{ V}$$

Circuito elementare di Thévenin:



Calcolo della corrente I_3 :

$$I_3 = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_3} = \frac{V_{CD}}{R_{CD} + R_3} = \frac{72}{4 + 4} = 9,00 \text{ A}$$

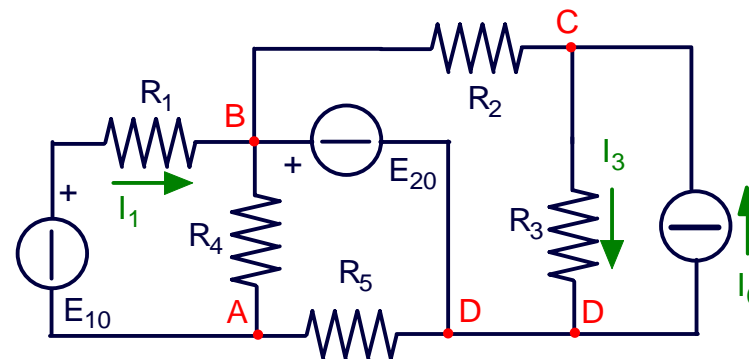
Calcolo della potenza erogata dal generatore I_0 :

$$P_{I_0} = V_{CD} \cdot I_0 = R_3 \cdot I_3 \cdot I_0 = 4 \cdot 9 \cdot 3 = 108 \text{ W}$$

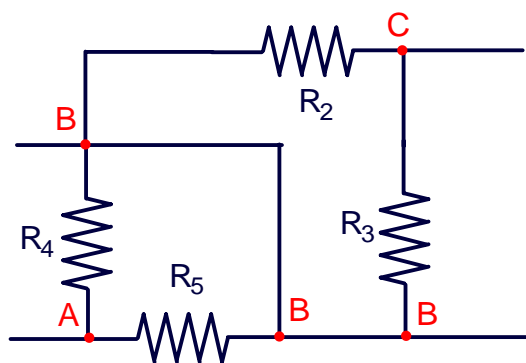
Teorema di Thévenin – esercizio n. 8

Teorema del generatore equivalente applicato al ramo R_1 E_{10} .

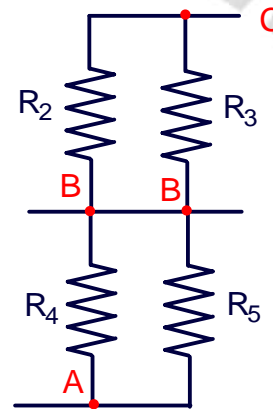
Per conoscere la potenza erogata dal generatore di corrente E_{10} occorre determinare la corrente che l'attraversa e quindi è necessario determinare la corrente I_1 che interessa la resistenza R_1 .



Circuito per il calcolo di R_{Th} :



Per una migliore comprensione su come calcolare la R_{Th} si ridisegna il circuito:

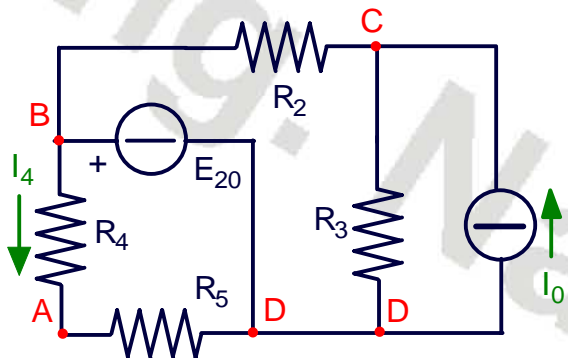


La resistenza R_{Th} vista da i terminali B e A è costituita dalla resistenza R_4 in parallelo con la resistenza R_5 .

$$R_{Th} = R_{BA} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2 \Omega$$

Teorema di Thévenin – esercizio n. 8

Circuito per il calcolo di $E_{Th} = V_{BA}$:

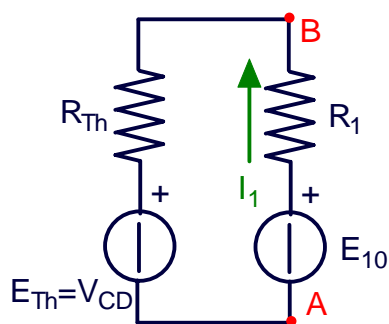


Per calcolare V_{BA} occorre la corrente I_4 che attraversa la resistenza R_4 . Tale corrente può essere facilmente determinata poiché è nota la d.d.p. $V_{BD} = E_{20}$:

$$I_4 = \frac{E_{20}}{R_4 + R_5} = \frac{60}{4 + 4} = 7,5 \text{ A}$$

$$E_{Th} = V_{BA} = R_4 \cdot I_4 = 4 \cdot 7,5 = 30 \text{ V}$$

Circuito elementare di Thévenin:



Calcolo della corrente I_1 :

$$I_1 = \frac{E_{10} - E_{Th}}{R_{Th} + R_1} = \frac{60 - 30}{2 + 4} = 5 \text{ A}$$

Calcolo della potenza erogata dal generatore E_{10} :

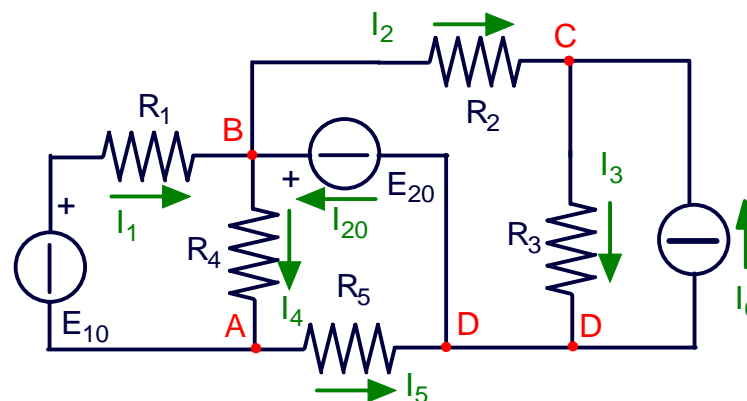
$$P_{E_{10}} = E_{10} \cdot I_1 = 60 \cdot 5 = 300 \text{ W}$$

Teorema di Thévenin – esercizio n. 8

Calcolo della corrente I_{20} che interessa il generatore E_{20} .

Per conoscere la potenza erogata dal generatore di tensione E_{20} occorre determinare la corrente che l'attraversa I_{20} .

In questo caso non occorre riapplicare il teorema del generatore equivalente, ma può essere seguita la seguente strada:



Calcolo della corrente I_4 :

$$I_4 = \frac{V_{BA}}{R_4} = \frac{E_{10} - R_1 \cdot I_1}{R_4} = \frac{60 - 4 \cdot 5}{4} = 10 \text{ A}$$

Calcolo della corrente I_2 attraverso l'equilibrio al nodo C:

$$I_2 = I_3 - I_0 = 9 - 3 = 6 \text{ A}$$

Calcolo della corrente I_{20} attraverso l'equilibrio al nodo B:

$$I_{20} = I_4 + I_2 - I_1 = 10 + 6 - 5 = 11 \text{ A}$$

Calcolo della potenza erogata dal generatore E_{20} :

$$P_{E_{20}} = E_{20} \cdot I_{20} = 60 \cdot 11 = 660 \text{ W}$$

Calcolo della corrente I_5 attraverso l'equilibrio al nodo A:

$$I_5 = I_4 - I_1 = 10 - 5 = 5 \text{ A}$$

In conclusione le correnti nella rete sono:

$$I_0 = 3 \text{ A}$$

$$I_1 = 5 \text{ A}$$

$$I_2 = 6 \text{ A}$$

$$I_3 = 9 \text{ A}$$

$$I_4 = 10 \text{ A}$$

$$I_5 = 5 \text{ A}$$

$$I_{20} = 11 \text{ A}$$

Teorema di Thévenin – esercizio n. 8

Riepilogo delle potenze erogate dai generatori:

$$P_{I_{01}} = V_{CD} \cdot I_0 = 36 \cdot 3,00 = 108 \text{ W}$$

$$P_{E_{10}} = E_{10} \cdot I_1 = 60 \cdot 5 = 300 \text{ W}$$

$$P_{E_{20}} = E_{20} \cdot I_{20} = 60 \cdot 11 = 660 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 4 \cdot 5^2 = 100 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 4 \cdot 6,00^2 = 144 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 4 \cdot 9,00^2 = 324 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 4 \cdot 10^2 = 400 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 4 \cdot 5^2 = 100 \text{ W}$$

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{I_{01}} + P_{E_{10}} + P_{E_{20}} = 108 + 300 + 660 = 1068 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} = 100 + 144 + 324 + 400 + 100 = 1068 \text{ W}$$