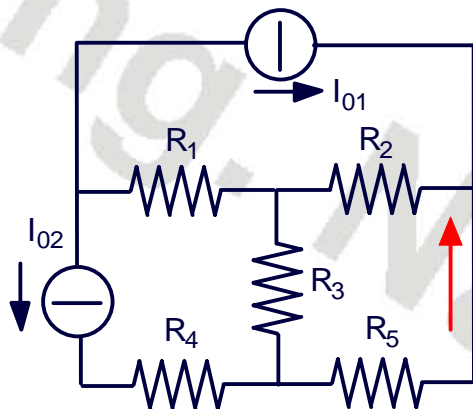


Teorema di Norton – esercizio n. 7

Calcolare le correnti nella resistenza R_5 riportata nel circuito di figura e le potenze erogate dai generatori:



$$\begin{aligned}I_{01} &= 2 \text{ A} \\I_{02} &= 3 \text{ A} \\R_1 &= 7 \ \Omega \\R_2 &= 4 \ \Omega \\R_3 &= 6 \ \Omega \\R_4 &= 5 \ \Omega \\R_5 &= 2 \ \Omega\end{aligned}$$

Verrà utilizzato il Teorema di Norton.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

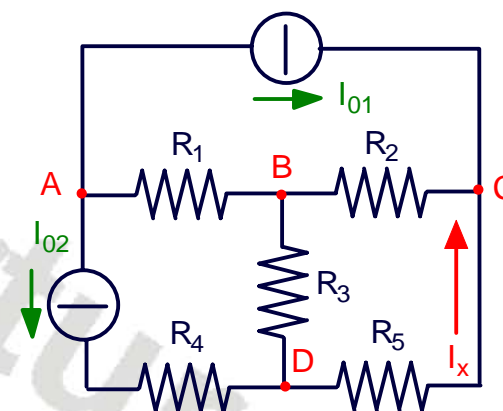


figura n. 1

Teorema di Norton – esercizio n. 7

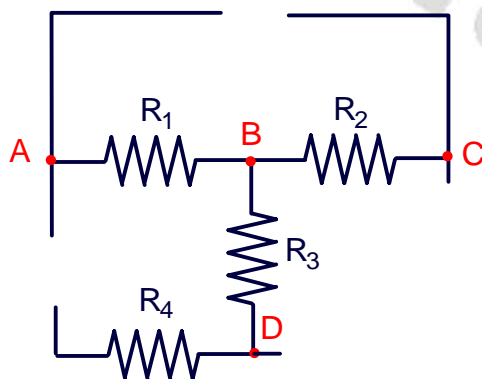
Teorema di Norton:

Una rete elettrica lineare comunque complessa vista da due morsetti equivale ad un generatore reale di corrente.

La corrente del generatore equivalente I_N corrisponde alla corrente che fluisce tra i due morsetti quando il carico è stato cortocircuitato.

La resistenza interna del generatore R_N è quella vista dai terminali stessi a vuoto, dopo aver cortocircuitato i generatori di tensione ed aperto quelli di corrente.

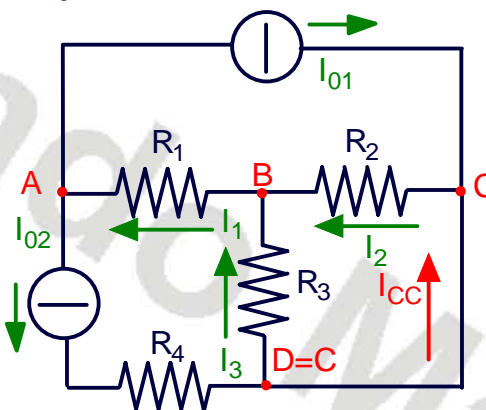
Circuito per il calcolo di R_N :



La resistenza R_N vista da i terminali D e C è costituita dalla serie di R_2 ed R_3 .

$$R_N = R_{DC} = R_2 + R_3 = 4 + 6 = 10 \Omega$$

Circuito per il calcolo di $I_N = I_{CC}$:



Si noti come R_2 ed R_3 siano in parallelo e che tale parallelo è attraversato dalla corrente $I_{01} + I_{02} = 5$ A. Pertanto:

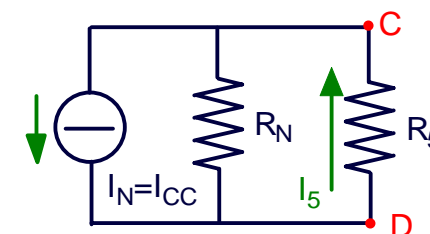
$$V_{CB} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot (I_{01} + I_{02}) = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} \cdot (3 + 2) = 12 \text{ V}$$

di conseguenza: $I_2 = \frac{V_{CB}}{R_2} = \frac{12}{4} = 3$ A

Dall'equilibrio al nodo C si ricava che:

$$I_N = I_{CC} = I_2 - I_{01} = 3 - 2 = 1 \text{ A}$$

Circuito elementare di Norton:



Per il calcolo della corrente I_5 si utilizza la regola del derivatore di corrente:

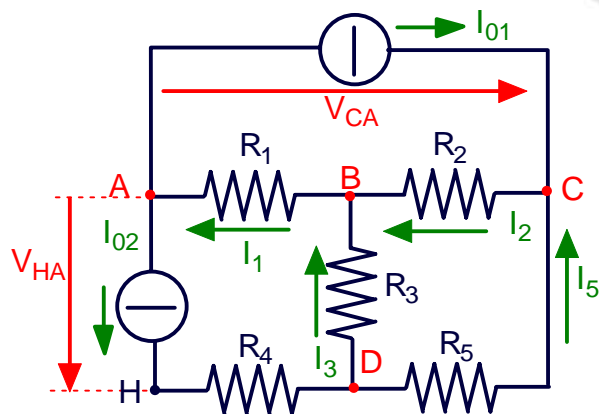
$$I_5 = I_N \cdot \frac{R_N}{R_N + R_5} = 1 \cdot \frac{10}{10 + 2} = 0,83 \Omega$$

Teorema di Norton – esercizio n. 7

Nota: Il verso della corrente che produce il generatore di corrente di Norton nel cortocircuito tra D e C deve essere lo stesso verso della corrente che produce la rete da semplificare

Calcolo delle grandezze necessarie per determinare le potenze erogate dai generatori:

Per calcolare le potenze erogate dai generatori occorrono le rispettive d.d.p. ad essi applicati e cioè V_{CA} e V_{HA} :



dove:

$$V_{CA} = V_{CB} + V_{BA} = R_2 \cdot I_2 + R_1 \cdot I_1$$

$$V_{HA} = V_{HD} + V_{DB} + V_{BA} = R_4 \cdot I_{02} + R_3 \cdot I_3 + R_1 \cdot I_1$$

Occorrono quindi le correnti: I_1 , I_2 ed I_3 .

Calcolo delle correnti: I_1 , I_2 ed I_3 .

Per calcolare tali correnti è sufficiente applicare il primo principio di Kirchhoff ai nodi A, C e D:

nodo A:

$$I_1 = I_{01} + I_{02} = 2 + 3 = 5 \text{ A}$$

nodo C:

$$I_2 = I_5 + I_{01} = 0,83 + 2 = 2,83 \text{ A}$$

nodo D:

$$I_3 = I_{02} - I_5 = 3 - 0,87 = 2,17 \text{ A}$$

Calcolo delle d.d.p. V_{CA} e V_{HA} :

$$\begin{aligned} V_{CA} &= R_2 \cdot I_2 + R_1 \cdot I_1 = \\ &= 4 \cdot 2,83 + 7 \cdot 5 = 46,32 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{HA} &= R_4 \cdot I_{02} + R_3 \cdot I_3 + R_1 \cdot I_1 = \\ &= 5 \cdot 3 + 6 \cdot 2,17 + 7 \cdot 5 = 63,02 \text{ V} \end{aligned}$$

In conclusione tutte le correnti nel circuito risultano essere :

$$I_{01} = 2 \text{ A}$$

$$I_{02} = 3 \text{ A}$$

$$I_1 = 5,00 \text{ A}$$

$$I_2 = 2,83 \text{ A}$$

$$I_3 = 2,17 \text{ A}$$

$$I_5 = 0,83 \text{ A}$$

Teorema di Norton – esercizio n. 7

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Poiché, per i generatori di corrente I_{01} ed I_{02} il verso della corrente erogata ed il verso della d.d.p. ai morsetti dei generatori sono concordi, allora tali generatori erogano entrambi potenza.

$$P_{I_{01}} = V_{CA} \cdot I_{01} = 46,32 \cdot 2,00 = 92,64 \text{ W}$$

$$P_{I_{02}} = V_{DB} \cdot I_{02} = 63 \cdot 3,00 = 189,00 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 7 \cdot 5,00^2 = 175,00 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 4 \cdot 2,83^2 = 32,04 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 6 \cdot 2,17^2 = 28,25 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_{02}^2 = 5 \cdot 3,00^2 = 45,00 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 2 \cdot 0,83^2 = 1,38 \text{ W}$$

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{E_T} = P_{I_{01}} + P_{I_{02}} = 92,64 + 189,00 = 281,64 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} = 175,00 + 32,04 + 28,25 + 45,00 + 1,38 = 281,67 \text{ W}$$