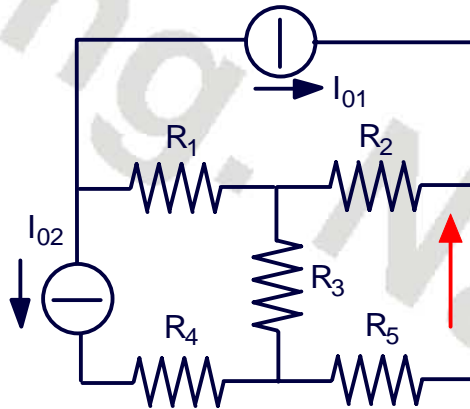


Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 7

Calcolare le correnti nella resistenza R_5 riportata nel circuito di figura e le potenze erogate dai generatori:



$$\begin{aligned}I_{01} &= 2 \text{ A} \\I_{02} &= 3 \text{ A} \\R_1 &= 7 \ \Omega \\R_2 &= 4 \ \Omega \\R_3 &= 6 \ \Omega \\R_4 &= 5 \ \Omega \\R_5 &= 2 \ \Omega\end{aligned}$$

Verrà utilizzato il metodo delle correnti fittizie di maglia o metodo di Maxwell.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

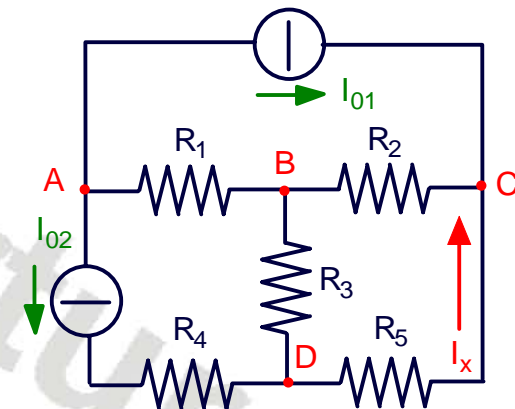


figura n. 1

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 7

Si stabiliscano i nodi, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano:

$n = 4$ nodi

$r = 6$ rami

$[r - (n - 1)] = [6 - (4 - 1)] = 3$ maglie indipendenti.

Disegniamo in modo arbitrario, le correnti di ramo che dovrebbero essere 6 perchè tanti sono i rami (anche se le due correnti I_{01} ed I_{02} risultano già essere note), e le correnti fittizie di maglia che dovrebbero essere 3, perchè tante sono le maglie indipendenti.

Si sottolinea però che mentre il generatore di corrente I_{01} appartiene ad una sola maglia ed è compreso fra i nodi A e C, pertanto la corrente di maglia J_3 coinciderà con la corrente erogata dal generatore I_{01} ($J_3 = I_{01}$), semplificando così la risoluzione dell'esercizio perchè ovviamente scriveremo solo due equazioni alle maglie invece di tre, il secondo generatore, pur appartenendo anch'esso ad una sola maglia e pertanto la corrente di maglia coinciderà con la corrente erogata dal generatore I_{02} ($J_1 = -I_{02}$), esso risulta in serie alla resistenza R_4 e pertanto deve essere considerata, nell'analisi della maglia a cui appartiene, anche la d.d.p. incognita applica ai morsetti del generatore V_{HA} .

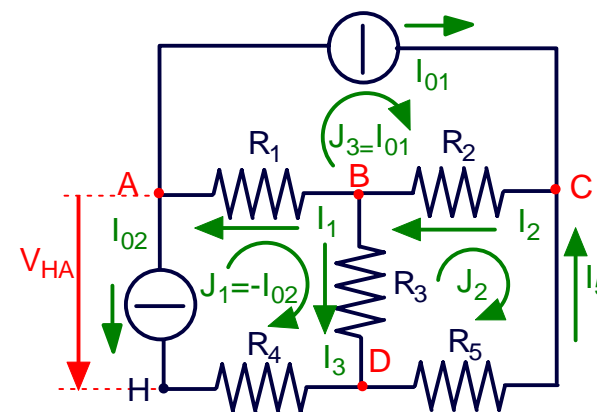


figura n. 2

Relazioni tra le correnti di ramo e quelle fittizie di maglia, fissate come in figura:

$$I_1 = J_3 - J_1 = I_{01} - (-I_{02}) = 2 + 3 = 5 \text{ A}$$

$$I_2 = J_3 - J_2 = I_{01} - J_2 = 2 - J_2$$

$$I_3 = J_1 - J_2 = -I_{02} - J_2 = -3 - J_2$$

$$I_4 = -J_1 = I_{02} = 3 \text{ A}$$

$$I_5 = -J_2$$

Si applichi allora il secondo principio di Kirchhoff alle due maglie in cui circolano le correnti fittizie J_1 e J_2

(Il verso di ciascuna delle correnti fittizie di maglia sia considerato anche come verso positivo di percorrenza della maglia quando si applica il secondo principio di Kirchhoff)

Equazioni alle maglie:

$$(R_1 + R_3 + R_4) \cdot J_1 - R_3 \cdot J_2 - R_1 \cdot J_3 + V_{HA} = 0$$

$$-R_3 \cdot J_1 + (R_2 + R_3 + R_5) \cdot J_2 - R_2 \cdot J_3 = 0$$

sostituendo: $J_1 = -I_{02}$ e $J_3 = I_{01}$:

$$(R_1 + R_3 + R_4) \cdot (-I_{02}) - R_3 \cdot J_2 - R_1 \cdot (I_{01}) + V_{HA}$$

$$-R_3 \cdot (-I_{02}) + (R_2 + R_3 + R_5) \cdot J_2 - R_2 \cdot (I_{01}) = 0$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 7

Sostituendo i valori noti:

$$(7 + 6 + 5) \cdot (-3) - 6 \cdot J_2 - 7 \cdot 2 + V_{HA} = 0$$

$$-6 \cdot (-3) + (4 + 6 + 2) \cdot J_2 - 4 \cdot 2 = 0$$

Semplificando:

$$-6 \cdot J_2 + V_{HA} = 68$$

$$12 \cdot J_2 = -10$$

Risolvendo il sistema:

Si determinano la corrente fittizia di maglia J_2 e la d.d.p. V_{HA} :

$$V_{HA} = 68 \text{ V}$$

$$J_2 = -\frac{5}{6} = -0,83 \text{ A}$$

Calcolo delle correnti effettive di ramo:

$$I_1 = 5 \text{ A}$$

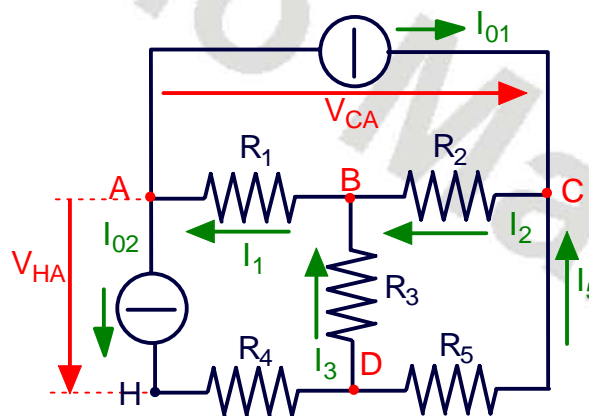
$$I_2 = 2 - J_2 = 2,83 \text{ A}$$

$$I_3 = -3 - J_2 = -2,17 \text{ A}$$

$$I_5 = 0,83 \text{ A}$$

Poiché il valore della corrente I_3 risulta essere negativo, allora il verso arbitrariamente assegnato ad I_3 nella figura n. 2, deve essere invertito.

In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 3:



$$I_{01} = 2 \text{ A}$$

$$I_{02} = 3 \text{ A}$$

$$I_1 = 5,00 \text{ A}$$

$$I_2 = 2,83 \text{ A}$$

$$I_3 = 2,17 \text{ A}$$

$$I_5 = 0,83 \text{ A}$$

$$V_{HA} = 63 \text{ V}$$

figura n. 3

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 7

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Per calcolare la potenza fornita dai generatori di corrente occorrono le d.d.p. V_{CA} e V_{HA} .

$$V_{CA} = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = 7 \cdot 5,00 + 4 \cdot 2,83 = 46,32 \text{ V}$$

$$V_{HA} = 63 \text{ V}$$

Poiché, per i generatori di corrente I_{01} ed I_{02} il verso della corrente erogata ed il verso della d.d.p. ai morsetti dei generatori sono concordi, allora tali generatori erogano entrambi potenza.

$$P_{I_{01}} = V_{CA} \cdot I_{01} = 46,32 \cdot 2,00 = 92,64 \text{ W}$$

$$P_{I_{02}} = V_{DB} \cdot I_{02} = 63 \cdot 3,00 = 189,00 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze:

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 7 \cdot 5,00^2 = 175,00 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 4 \cdot 2,83^2 = 32,04 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 6 \cdot 2,17^2 = 28,25 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_{02}^2 = 5 \cdot 3,00^2 = 45,00 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 2 \cdot 0,83^2 = 1,38 \text{ W}$$

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{E_T} = P_{I_{01}} + P_{I_{02}} = 92,64 + 189,00 = 281,64 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} = 175,00 + 32,04 + 28,25 + 45,00 + 1,38 = 281,67 \text{ W}$$