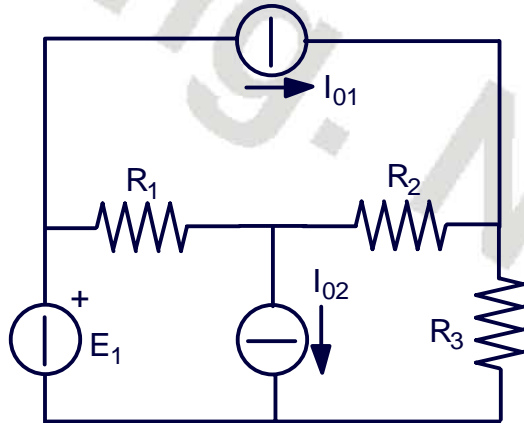


## Metodo dei potenziali di nodo – esercizio n. 6

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando il Metodo dei potenziali di nodo, la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione  $E_1$  e di corrente  $I_{01}$  ed  $I_{02}$  e quella assorbita da ciascuna resistenza:



$$E_0 = 10 \text{ V}$$

$$I_{01} = 4 \text{ A}$$

$$I_{02} = 5 \text{ A}$$

$$R_1 = 1 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega$$

Verrà utilizzato il metodo dei potenziali di nodo che sfrutta il 1° principio di Kirchhoff.

### Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

### Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

### Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

### Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

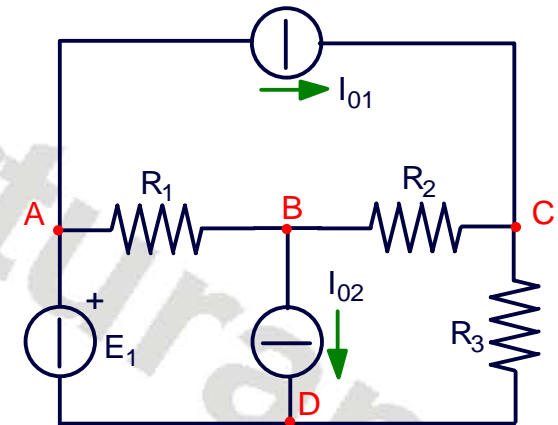


figura n. 1

## Metodo dei potenziali di nodo – esercizio n. 6

### 1° Principio (ai nodi indipendenti):

Per ogni nodo o superficie chiusa (nodo generalizzato) la somma algebrica delle correnti deve essere nulla.

Il primo principio va applicato ai nodi indipendenti che risultano essere  $(n - 1)$ . Essi vanno scelti in modo arbitrario.

### Si stabiliscano i nodi, i nodi indipendenti ed i rami del circuito.

In tale circuito si individuano:

$n = 4$  nodi

$(n - 1) = (4 - 1) = 3$  nodi indipendenti

$r = 6$  rami.

Si disegnino, come in figura 2, in modo arbitrario, le correnti di ramo che pur essendo 6 perchè tanti sono i rami, risulteranno essere incognite solo in 4, in quanto su due rami sono presenti generatori di corrente di valori noti  $I_{01}$  ed  $I_{02}$ .

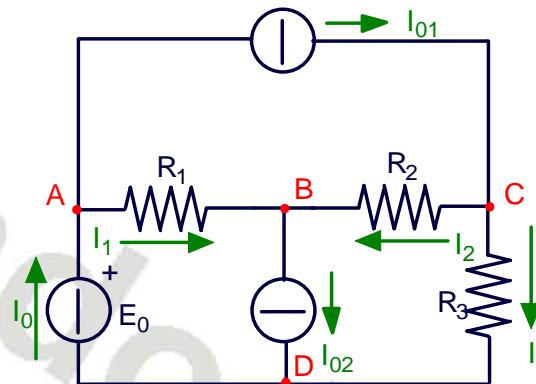


figura n. 2

Si fissi il potenziale di riferimento per un nodo scegliendolo in modo arbitrario:  $V_D = 0$

Si proceda nella scrittura di tutte le d.d.p. presenti ai capi di ciascun ramo tra i nodi del circuito tenendo conto che  $V_D = 0$  e si ricavino le rispettive correnti:

### d.d.p. ai capi dei rami e scrittura delle correnti:

ramo AD:  $V_A = E_0$

ramo AB:  $V_A - V_B = R_1 \cdot I_1 \rightarrow I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{E_0 - V_B}{R_1}$

ramo CB:  $V_C - V_B = R_2 \cdot I_2 \rightarrow I_2 = \frac{V_C - V_B}{R_2}$

ramo CD:  $V_C = R_3 \cdot I_3 \rightarrow I_3 = \frac{V_C}{R_3}$

### Equazioni ai nodi indipendenti A, B e C:

$$I_0 = I_1 + I_{01}$$

$$I_1 + I_2 = I_{02}$$

$$I_2 + I_3 = I_{01}$$

### Sostituendo i valori delle correnti si ottiene il sistema:

$$I_0 = \frac{E_0 - V_B}{R_1} + 4$$

$$\frac{E_0 - V_B}{R_1} + \frac{V_C - V_B}{R_1} = I_{02}$$

$$\frac{V_C - V_B}{R_2} + \frac{V_C}{R_3} = I_{01}$$

## Metodo dei potenziali di nodo – esercizio n. 6

Risolvendo tale sistema si determinano i potenziali  $V_B$ ,  $V_C$  e la corrente  $I_0$ .

$$I_0 = \frac{10 - V_B}{1} + 4$$

$$\frac{10 - V_B}{1} + \frac{V_C - V_B}{1} = 5$$

$$\frac{V_C - V_B}{1} + \frac{V_C}{2} = 4$$

Successivamente si ricavano le correnti incognite  $I_1$ ,  $I_2$  ed  $I_3$ . In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 3:

$$V_B = 5,75 \text{ V}$$

$$V_C = 6,5 \text{ V}$$

$$I_0 = 8,25 \text{ A}$$

$$I_1 = 4,25 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,75 \text{ A}$$

$$I_3 = 3,25 \text{ A}$$

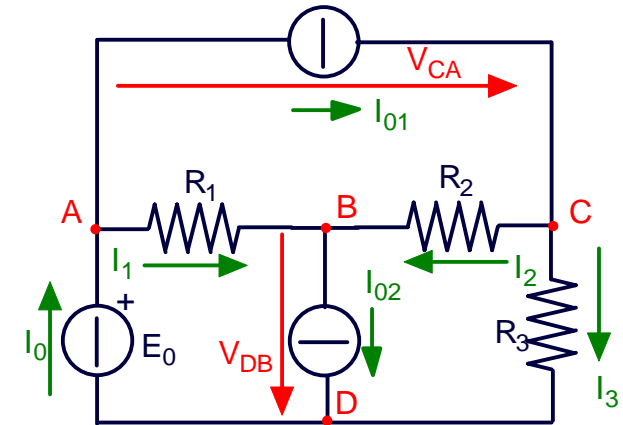


figura n. 3

### Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Per calcolare la potenza fornita dai generatori di corrente occorrono le d.d.p.  $V_{AC}$  e  $V_{BD}$ .

$$V_{CA} = V_C - V_A = 6,5 - 10 = -3,5 \text{ V} \quad V_{DB} = V_D - V_B = 0 - 5,75 = -5,75 \text{ V}$$

Poiché, per i generatori di corrente  $I_{01}$  ed  $I_{02}$  il verso della corrente erogata ed il verso della d.d.p. ai morsetti dei generatori sono discordi, allora tali generatori assorbono potenza invece che erogarla e pertanto la loro potenza deve essere considerata negativa.

$$P_{E_0} = E_0 \cdot I_0 = 10 \cdot 8,25 = 82,50 \text{ W}$$

$$P_{I_{01}} = V_{CA} \cdot I_{01} = -3,5 \cdot 4,00 = -14,00 \text{ W}$$

$$P_{I_{02}} = V_{DB} \cdot I_{02} = -5,75 \cdot 5,00 = -28,75 \text{ W}$$

### Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze:

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 1 \cdot 4,25^2 = 18,06 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 1 \cdot 0,75^2 = 0,56 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 2 \cdot 3,25^2 = 21,12 \text{ W}$$

### Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{E_T} = P_{E_0} + P_{I_{01}} + P_{I_{02}} = 82,50 - 14,00 - 28,75 = 39,75 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} = 18,06 + 0,56 + 21,12 = 39,74 \text{ W}$$