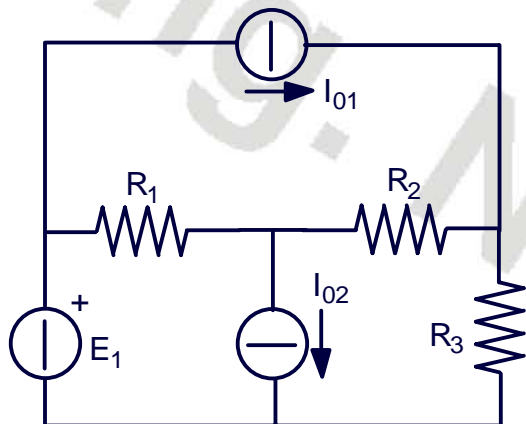


Principi di Kirchhoff – esercizio n. 6

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando i principi di Kirchhoff, la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione E_1 e di corrente I_{01} ed I_{02} e quella assorbita da ciascuna resistenza:



$$E_0 = 10 \text{ V}$$

$$I_{01} = 4 \text{ A}$$

$$I_{02} = 5 \text{ A}$$

$$R_1 = 1 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega$$

Verranno utilizzati i principi di Kirchhoff.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

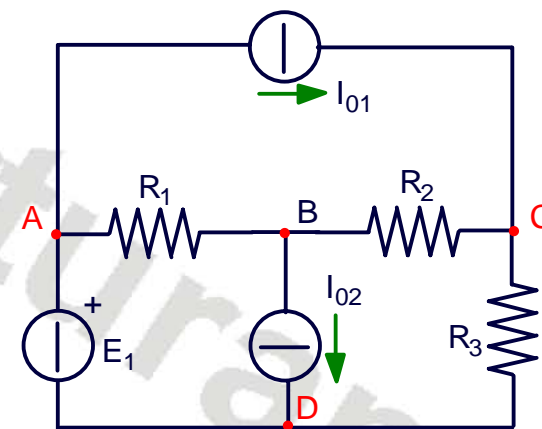


figura n. 1

Principi di Kirchhoff – esercizio n. 6

1° Principio (ai nodi):

Per ogni nodo o superficie chiusa (nodo generalizzato) la somma algebrica delle correnti deve essere nulla.

Il primo principio va applicato ai nodi indipendenti che risultano essere $(n - 1)$.

Essi vanno scelti in modo arbitrario.

2° Principio (alle maglie)

In ogni maglia la somma algebrica delle d.d.p. è nulla.

Il secondo principio va applicato alle maglie indipendenti che risultano essere

$[r - (n - 1)]$.

Esse vanno individuate scegliendo le maglie adiacenti.

Si stabiliscano i nodi, i nodi indipendenti, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano

$n = 4$ nodi

$(n - 1) = (4 - 1) = 3$ nodi indipendenti

$r = 6$ rami

$[r - (n - 1)] = [6 - (4 - 1)] = 3$ maglie indipendenti

(come maglie indipendenti verranno scelte quelle adiacenti).

Si disegnano, come in figura 2, in modo arbitrario, le correnti di ramo che pur essendo 6 perchè tanti sono i rami, risulteranno essere incognite solo in 4, in quanto su due rami sono presenti generatori di corrente di valori noti I_{01} ed I_{02} .

Tuttavia, in contemporanea, sono sconosciute le due d.d.p. V_{AC} e V_{BD} ai capi dei generatori di corrente, che costituiranno dunque ulteriori due incognite nelle equazioni alle maglie che saranno successivamente scritte.

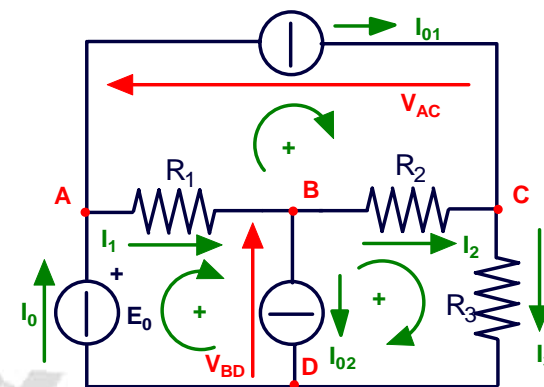


figura n. 2

Si ricorda che per applicare il secondo principio di Kirchhoff occorre fissare un verso arbitrario positivo di percorrenza della maglia.

I principi di Kirchhoff danno origine alle seguenti equazioni:

Equazioni ai nodi indipendenti:

$$\text{nodo A: } I_0 = I_{01} + I_1$$

$$\text{nodo B: } I_1 = I_2 + I_{02}$$

$$\text{nodo C: } I_2 + I_{01} = I_3$$

Equazioni alle maglie indipendenti

$$\text{maglia ABDA: } R_1 \cdot I_1 + V_{BD} = E_0$$

$$\text{maglia BCDB: } -V_{BD} + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = 0$$

$$\text{maglia ABCA: } -R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - V_{AC} = 0$$

Principi di Kirchhoff – esercizio n. 6

Sostituendo i valori:

$$I_0 = 4 + I_1$$

$$I_1 = I_2 + 5$$

$$I_2 + 4 = I_3$$

$$1 \cdot I_1 + V_{BD} = E_0$$

$$-V_{BD} + 1 \cdot I_2 + 2 \cdot I_3 = 0$$

$$-1 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 - V_{AC} = 0$$

Risolvendo il sistema si determinano le correnti e le d.d.p. incognite:

$$I_0 = 8,25 \text{ A}$$

$$I_1 = 4,25 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,75 \text{ A}$$

$$I_3 = 3,25 \text{ A}$$

$$V_{AC} = 3,5 \text{ V}$$

$$V_{BD} = 5,75 \text{ V}$$

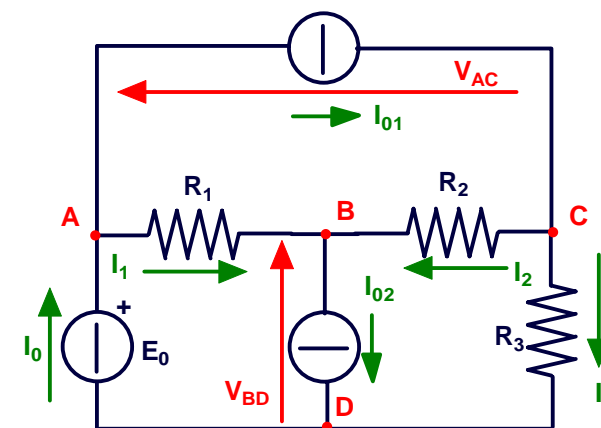


figura n. 3

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Per calcolare la potenza fornita dai generatori di corrente occorrono le d.d.p. V_{AC} e V_{BD} .

$$V_{CA} = -V_{AC} = -3,5 \text{ V} \quad V_{DB} = -V_{BD} = -5,75 \text{ V}$$

Poiché, per i generatori di corrente I_{01} ed I_{02} il verso della corrente erogata ed il verso della d.d.p. ai morsetti dei generatori sono discordi, allora tali generatori assorbono potenza invece che erogarla e pertanto la loro potenza deve essere considerata negativa.

$$P_{E_0} = E_0 \cdot I_0 = 10 \cdot 8,25 = 82,50 \text{ W}$$

$$P_{I_{01}} = V_{CA} \cdot I_{01} = -3,5 \cdot 4,00 = -14,00 \text{ W}$$

$$P_{I_{02}} = V_{DB} \cdot I_{02} = -5,75 \cdot 5,00 = -28,75 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze:

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 1 \cdot 4,25^2 = 18,06 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 1 \cdot 0,75^2 = 0,56 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 2 \cdot 3,25^2 = 21,12 \text{ W}$$

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{E_T} = P_{E_0} + P_{I_{01}} + P_{I_{02}} = 82,50 - 14,00 - 28,75 = 39,75 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} = 18,06 + 0,56 + 21,12 = 39,74 \text{ W}$$