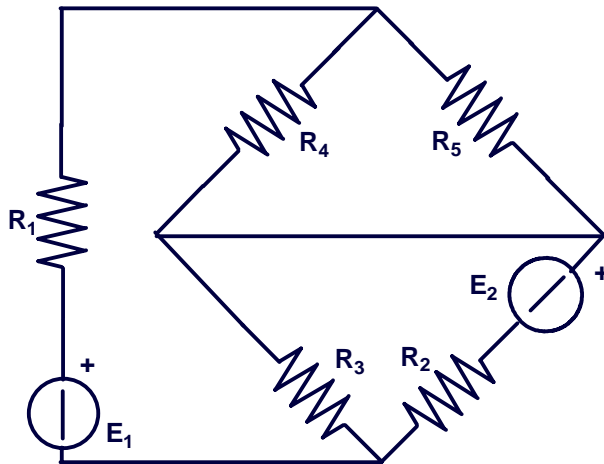


Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 5
metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando il metodo delle correnti di maglia (Maxwell), la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione E_1 ed E_2 e quella assorbita da ciascuna resistenza:



- $E_1 = 400 \text{ V}$
- $E_2 = 100 \text{ V}$
- $R_1 = 18 \ \Omega$
- $R_2 = 20 \ \Omega$
- $R_3 = 50 \ \Omega$
- $R_4 = 20 \ \Omega$
- $R_5 = 30 \ \Omega$

Verrà utilizzato il metodo delle correnti fittizie di maglia o metodo di Maxwell.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 3.

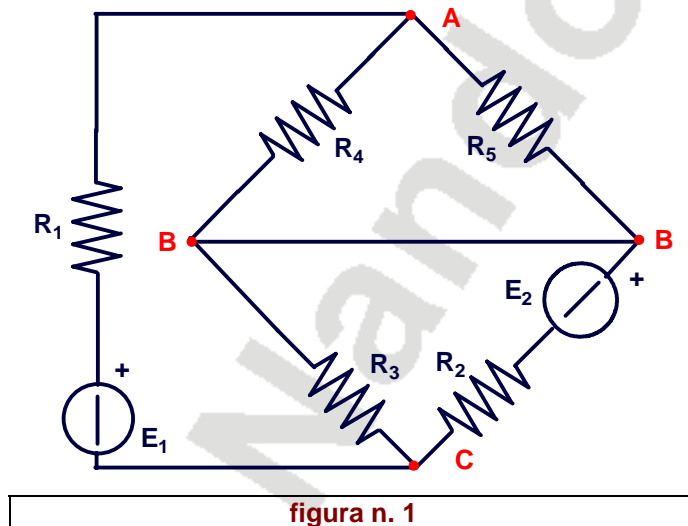


figura n. 1

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Le resistenze R_4 , R_5 risultano essere in parallelo perché ciascuna di esse è compresa fra gli stessi nodi A e B.

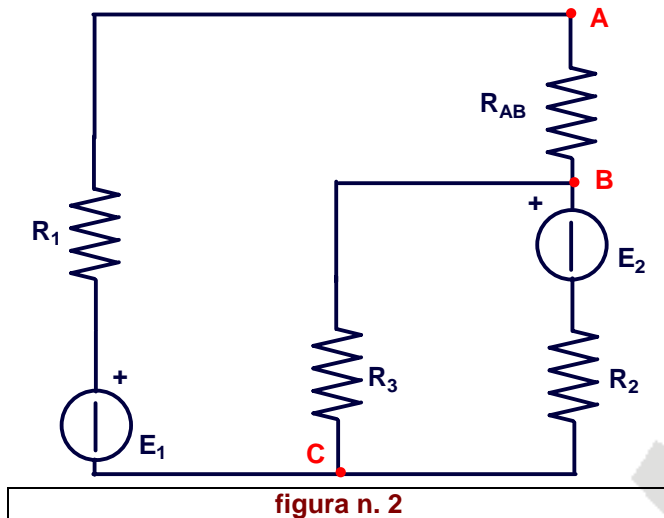
Calcolo delle resistenze equivalenti;

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 5
 metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell

$$R_{AB} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \Omega$$

Disegno del circuito:

Si disegna un nuovo circuito in cui vengono sostituite le due resistenze R_4 , R_5 con la sola resistenza R_{AB} .



Ricerca di resistenze in serie:

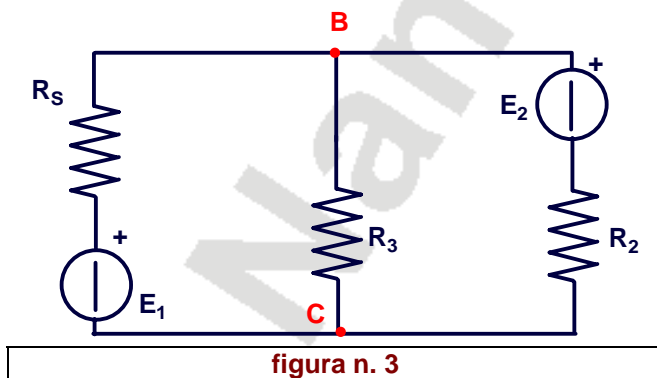
Le resistenze R_1 , ed R_{AB} risultano essere in serie perché sono disposte sullo stesso ramo.

Calcolo della resistenza equivalente;

$$R_S = R_1 + R_{AB} = 18 + 12 = 30 \Omega$$

Disegno del circuito:

Si disegna un nuovo circuito in cui vengono sostituite le due resistenze R_1 , R_{AB} con la sola resistenza R_S .



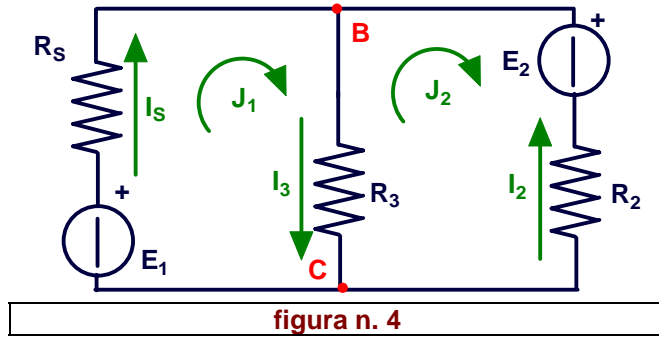
Tale circuito non può essere ulteriormente semplificato

Si stabiliscano i nodi, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano $n = 2$ nodi, $r = 3$ rami e $[r - (n - 1)] = [3 - (2 - 1)] = 2$ maglie indipendenti.

Si disegnino, come in figura 4, in modo arbitrario, le correnti di ramo che risulteranno essere 3, perchè tanti sono i rami, e le correnti fittizie di maglia che risulteranno essere 2, perchè tante sono le maglie indipendenti.

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 5
 metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell



Le relazioni esistenti tra le correnti di ramo e quelle fittizie di maglia, fissate come in figura, saranno:

$$\begin{aligned} I_s &= J_1 \\ I_2 &= -J_2 \\ I_3 &= J_1 - J_2 \end{aligned}$$

Si applichi adesso il secondo principio di Kirchhoff alle due maglie indipendenti individuate, utilizzando le correnti fittizie J_1 e J_2 .

(Il verso di ciascuna delle correnti fittizie di maglia sia considerato anche come verso positivo di percorrenza della maglia quando si applica il secondo principio di Kirchhoff)

$$\begin{cases} R_s \cdot J_1 + R_3 \cdot (J_1 - J_2) = E_1 \\ R_2 \cdot J_2 + R_3 \cdot (J_2 - J_1) = -E_2 \end{cases}$$

Semplificando:

$$\begin{cases} (R_s + R_3) \cdot J_1 - R_3 \cdot J_2 = E_1 \\ -R_3 \cdot J_1 + (R_2 + R_3) \cdot J_2 = -E_2 \end{cases}$$

Sostituendo i valori:

$$\begin{cases} (30 + 50) \cdot J_1 - 50 \cdot J_2 = 400 \\ -50 \cdot J_1 + (20 + 50) \cdot J_2 = -100 \end{cases} \quad \begin{cases} 80 \cdot J_1 - 50 \cdot J_2 = 400 \\ -50 \cdot J_1 + 70 \cdot J_2 = -100 \end{cases}$$

Risolviendo il sistema si sono determinate le correnti fittizie di maglia che risultano essere:

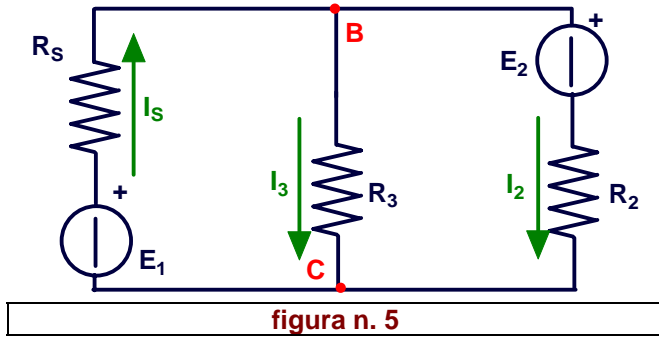
$$\begin{cases} J_1 = 7,42 \\ J_2 = 3,87 \end{cases}$$

e successivamente le correnti effettive di ramo I_s , I_2 ed I_3 :

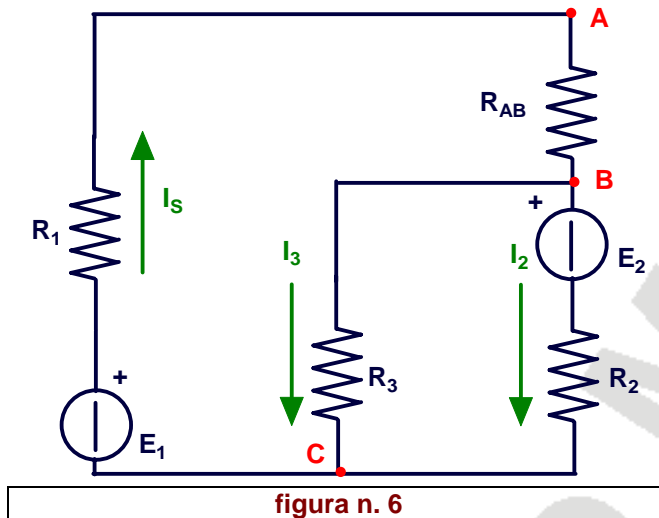
$$\begin{aligned} I_s &= J_1 = 7,42 \text{ A} \\ I_2 &= -J_2 = -3,87 \text{ A} \\ I_3 &= J_1 - J_2 = 7,42 - 3,87 = 3,55 \text{ A} \end{aligned}$$

Poiché il valore della corrente I_2 risulta essere negativo, allora il verso arbitrariamente assegnato ad I_2 nella figura n. 4, deve essere invertito.

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 5
 metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell



Ovviamente la corrente I_S sarà la stessa che circola nelle resistenze R_1 ed R_{AB} (figura n. 6).



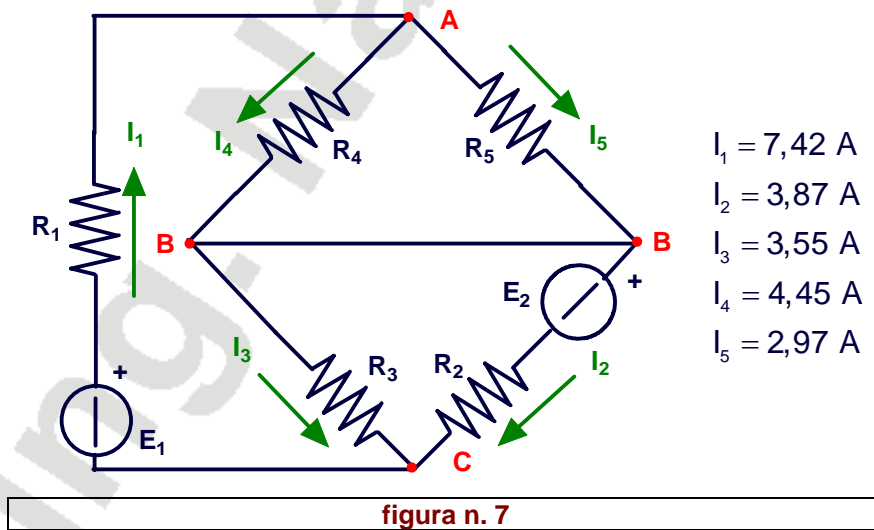
Calcolo delle correnti I_4 ed I_5 :

Per determinare tali correnti, circolanti rispettivamente nelle resistenze R_4 ed R_5 , in parallelo tra loro perché fra i nodi A e B, occorre determinare la d.d.p. V_{AB} .

$$V_{AB} = R_{AB} \cdot I_S = 12 \cdot 7,42 = 89,04 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{V_{AB}}{R_4} = \frac{89,04}{20} = 4,45 \text{ A} \quad I_5 = \frac{V_{AB}}{R_5} = \frac{89,04}{30} = 2,97 \text{ A}$$

In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 7:



Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 5
metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Poiché, per il generatore E_2 , il verso della f.e.m. ed il verso della corrente che l'attraversa sono discordi, allora tale generatore assorbe potenza invece che erogarla e pertanto la sua potenza deve essere considerata negativa.

$$P_{E_1} = 400 \cdot I_1 = 400 \cdot 7,42 = 2968,0 \text{ W}$$

$$P_{E_2} = 100 \cdot I_2 = -100 \cdot 3,87 = -387,0 \text{ W}$$

$$P_{E_T} = P_{E_1} + P_{E_2} = 2968,0 - 387,0 = 2581,0 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 18 \cdot 7,42^2 = 991,0 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 20 \cdot 3,87^2 = 299,5 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 50 \cdot 3,55^2 = 630,1 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 20 \cdot 4,45^2 = 396,0 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 30 \cdot 2,97^2 = 264,6 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} = 991,0 + 299,5 + 630,1 + 396,0 + 264,6 = 2581,2 \text{ W}$$

NB: Si noti come la somma algebrica delle potenze erogate o assorbite dai generatori è pari alla somma delle potenze dissipate su ciascuna resistenza presente nel circuito.