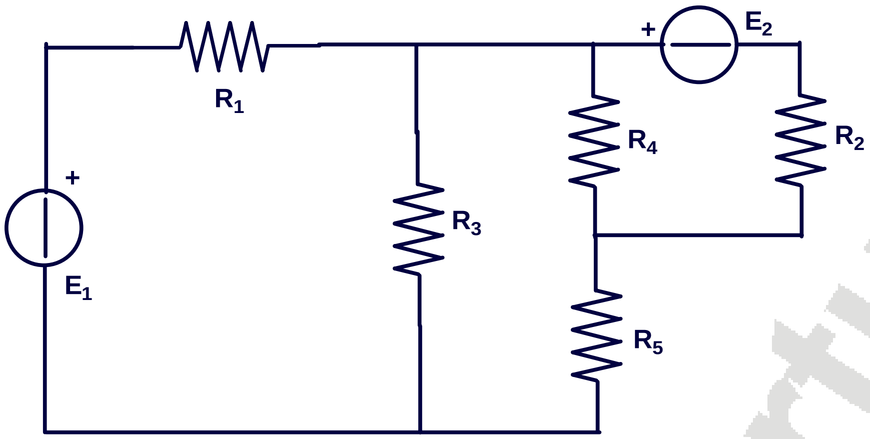
Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 2
metodo dei potenziali di nodo

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando il metodo dei potenziali di nodo, la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione E_1 ed E_2 e quella assorbita da ciascuna resistenza:



$E_1 = 80\ V$
$E_2 = 10\ V$
$R_1 = 8\ \Omega$
$R_2 = 14\ \Omega$
$R_3 = 12\ \Omega$
$R_4 = 6\ \Omega$
$R_5 = 2\ \Omega$

Verrà utilizzato il metodo dei potenziali di nodo che sfrutta il 1° principio di Kirchhoff.
1° Principio (ai nodi):

Per ogni nodo o superficie chiusa (nodo generalizzato) la somma algebrica delle correnti deve essere nulla.
Il primo principio va applicato ai nodi indipendenti che risultano essere (n – 1).
Essi vanno scelti in modo arbitrario.

Eventuale semplificazione del circuito
Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.
I nodi presenti nel circuito risultano essere 3.

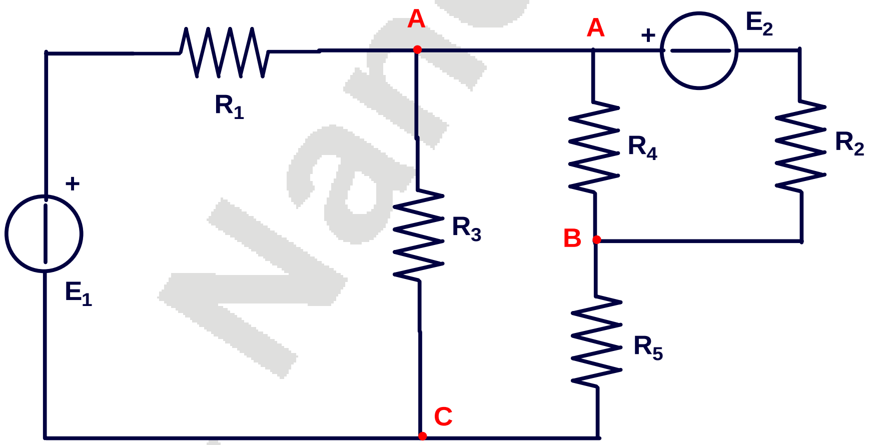


figura n. 1

Ricerca di resistenze in serie:
Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:
Non sono presenti resistenze in parallelo.

Tale circuito non può essere ulteriormente semplificato

Ing. Nardo Marturano

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 2
metodo dei potenziali di nodo

Si stabiliscano i nodi, i nodi indipendenti ed i rami del circuito.
In tale circuito si individuano n = 3 nodi, (n – 1) = (3 – 1) = 2 nodi indipendenti ed r = 5 rami.

Si disegnino, come in figura 2, in modo arbitrario, le correnti di ramo che risulteranno essere 5, perchè tanti sono i rami.

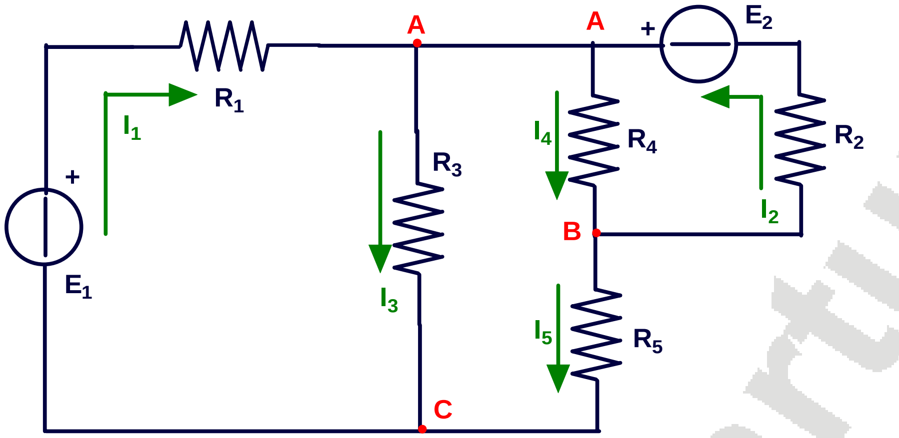


figura n. 2

Si fissi il potenziale di riferimento per un nodo scegliendolo in modo arbitrario: $V_C = 0$
Si proceda nella scrittura di tutte le d.d.p. presenti ai capi di ciascun ramo tra i nodi del circuito tenendo conto che $V_C = 0$ e si ricavino le rispettive correnti:

$$
\begin{array}{l} |AC \\ |AC \\ |AB \\ |AB \\ |BC \end{array}
\begin{cases} V_A = E_1 - R_1 \cdot I_1 \\ V_A = R_3 \cdot I_3 \\ V_A - V_B = R_4 \cdot I_4 \\ V_A - V_B = E_2 - R_2 \cdot I_2 \\ V_B = R_5 \cdot I_5 \end{cases}
\qquad
\begin{cases} I_1 = \dfrac{(E_1 - V_A)}{R_1} = G_1 \cdot (E_1 - V_A) \\[2ex] I_3 = \dfrac{V_A}{R_3} = G_3 \cdot V_A \\[2ex] I_4 = \dfrac{(V_A - V_B)}{R_4} = G_4 \cdot (V_A - V_B) \\[2ex] I_2 = \dfrac{(E_2 - V_A + V_B)}{R_2} = G_2 \cdot (E_2 - V_A + V_B) \\[2ex] I_5 = \dfrac{V_B}{R_5} = G_5 \cdot V_B \end{cases}
$$

Si applichi il primo principio di Kirchhoff ad i nodi indipendenti A e B:

$$
\begin{array}{l} \bullet A \\ \bullet B \end{array}
\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \\ I_4 = I_2 + I_5 \end{cases}
$$

Sostituendo i valori delle correnti ricavate in precedenza si ottiene:

$$
\begin{cases} G_1 \cdot (E_1 - V_A) + G_2 \cdot (E_2 - V_A + V_B) = G_3 \cdot V_A + G_4 \cdot (V_A - V_B) \\ G_4 \cdot (V_A - V_B) = G_2 \cdot (E_2 - V_A + V_B) + G_5 \cdot V_B \end{cases}
$$

Semplificando:

$$
\begin{cases} (G_1 + G_2 + G_3 + G_4) \cdot V_A - (G_2 + G_4) \cdot V_B = G_1 \cdot E_1 + G_2 \cdot E_2 \\ -(G_2 + G_4) \cdot V_A + (G_2 + G_4 + G_5) \cdot V_B = -G_2 \cdot E_2 \end{cases}
$$

Ing. Nardo Marturano

Sostituendo i valori noti:

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{14}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)\cdot V_A & -\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{6}\right)\cdot V_B & =\frac{80}{8}+\frac{10}{14}\\ -\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{6}\right)\cdot V_A & +\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)\cdot V_B & =-\frac{10}{14}\end{cases}$$

$$\begin{cases}0,446\cdot V_A & -0,238\cdot V_B & =10,714\\ -0,238\cdot V_A & +0,738\cdot V_B & =-0,714\end{cases}$$

Risolvendo il sistema si determinano i potenziali V_A e V_B:

$$\begin{cases}V_A=28,39\ V\\ V_B=8,19\ V\end{cases}$$

E quindi le cinque correnti richieste:

$$I_1=\frac{(E_1-V_A)}{R_1}=\frac{(80-28,39)}{8}=6,45\ A$$

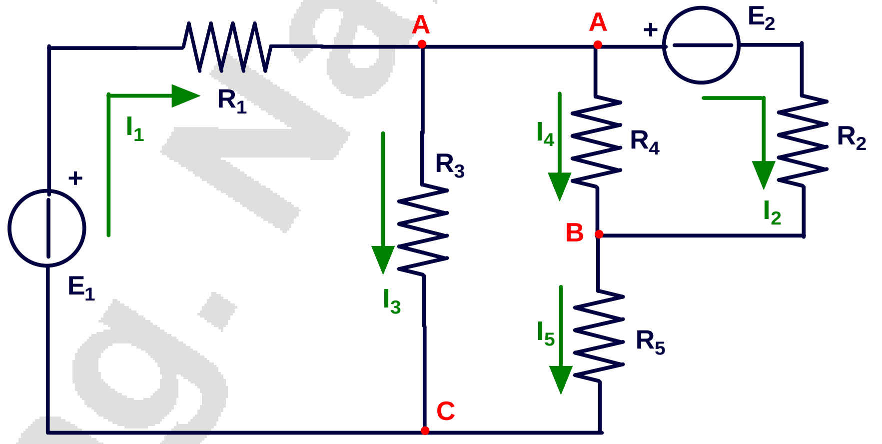
$$I_2=\frac{(E_2-V_A+V_B)}{R_2}=\frac{(10-28,39+8,19)}{14}=-0,73\ A$$

$$I_3=\frac{V_A}{R_3}=\frac{28,39}{12}=2,36\ A$$

$$I_4=\frac{(V_A-V_B)}{R_4}=\frac{(28,39-8,19)}{6}=3,36\ A$$

$$I_5=\frac{V_B}{R_5}=\frac{8,19}{2}=4,09\ A$$

Poiché il valore della corrente I_2 risulta essere negativo, allora il verso arbitrariamente assegnato ad I_2 nella figura n. 2, deve essere invertito.
In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 3:



$I_1=6,45\ A$
$I_2=0,73\ A$
$I_3=2,36\ A$
$I_4=3,36\ A$
$I_5=4,09\ A$

figura n. 3

Ing. Nando Marturano

Calcolo della potenza erogata dai generatori:
Poiché, per il generatore E_2, il verso della f.e.m. ed il verso della corrente che l'attraversa sono discordi, allora tale generatore assorbe potenza invece che erogarla e pertanto la sua potenza deve essere considera negativa.

$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_1 = 80 \cdot 6,45 = 516,00\ W$$

$$P_{E_2} = E_2 \cdot I_2 = 10 \cdot (-0,73) = -7,30\ W$$

$$P_{E_T} = P_{E_1} + P_{E_2} = 516,00 - 7,30 = 508,70\ W$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 8 \cdot 6,45^2 = 332,82\ W$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 14 \cdot 0,73^2 = 7,46\ W$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 12 \cdot 2,36^2 = 66,84\ W$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 6 \cdot 3,36^2 = 67,73\ W$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 2 \cdot 4,09^2 = 33,46\ W$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} = 332,82 + 7,46 + 66,84 + 67,73 + 33,46 = 508,31\ W$$

NB: Si noti come la somma algebrica delle potenze erogate o assorbite dai generatori è pari alla somma delle potenze dissipate su ciascuna resistenza presente nel circuito.

Ing. Nando Marturano