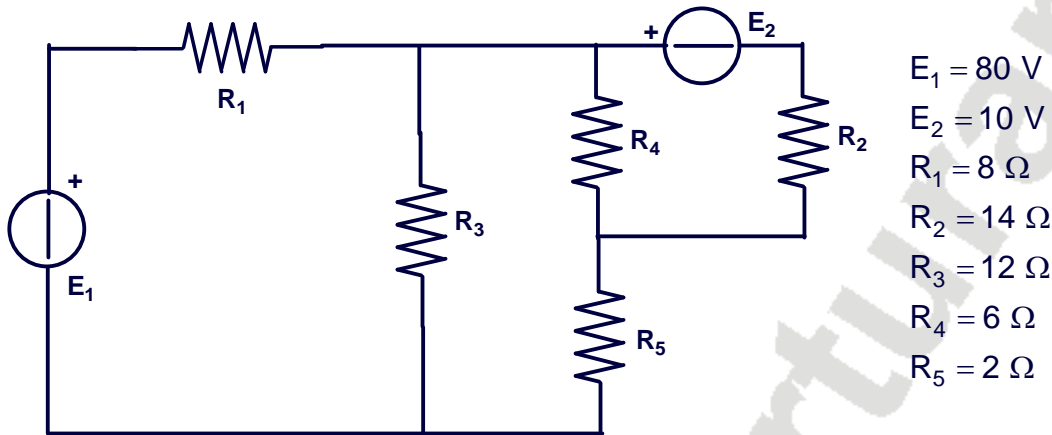


Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 2 principi di Kirchhoff

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando i principi di Kirchhoff, la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione E_1 ed E_2 e quella assorbita da ciascuna resistenza:



Verranno utilizzati i principi di Kirchhoff.

1° Principio (ai nodi):

Per ogni nodo o superficie chiusa (nodo generalizzato) la somma algebrica delle correnti deve essere nulla.

Il primo principio va applicato ai nodi indipendenti che risultano essere $(n - 1)$.

Essi vanno scelti in modo arbitrario.

2° Principio (alle maglie)

In ogni maglia la somma algebrica delle d.d.p. è nulla.

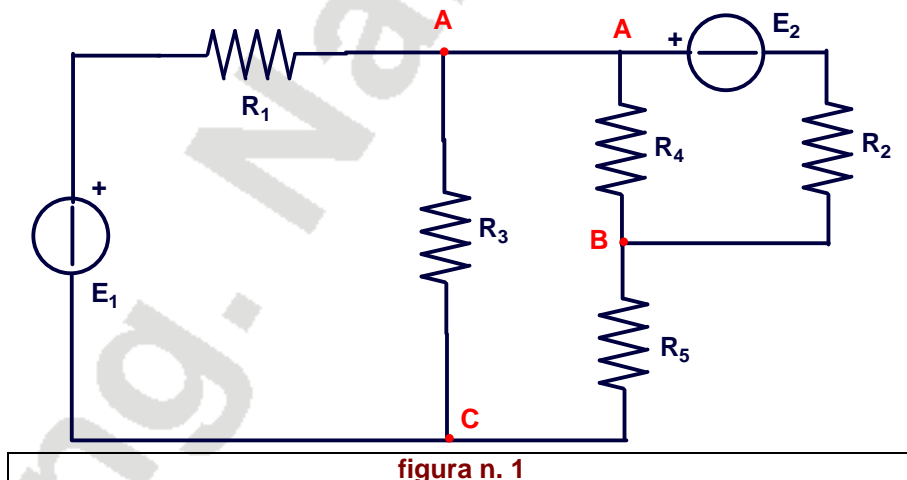
Il secondo principio va applicato alle maglie indipendenti che risultano essere $[r - (n - 1)]$. Esse vanno individuate scegliendo le maglie adiacenti.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 3.



Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 2 principi di Kirchhoff

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

Tale circuito non può essere ulteriormente semplificato

Si stabiliscano i nodi, i nodi indipendenti, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano $n = 3$ nodi, di cui $(n - 1) = (3 - 1) = 2$ indipendenti, $r = 5$ rami e $[r - (n - 1)] = [5 - (3 - 1)] = 3$ maglie indipendenti (come maglie indipendenti verranno scelte quelle adiacenti).

Si disegnino, come in figura 2, in modo arbitrario, le correnti di ramo che risulteranno essere 5, perchè tanti sono i rami.

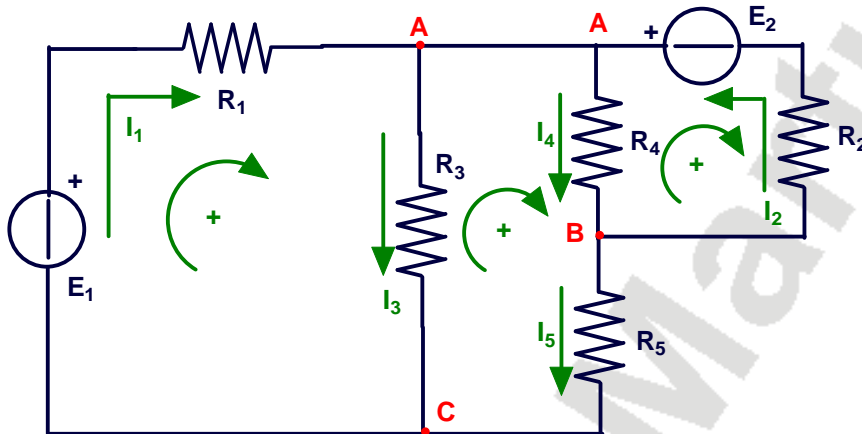


figura n. 2

Si ricorda che per applicare il secondo principio di Kirchhoff occorre fissare un verso arbitrario positivo di percorrenza della maglia

I principi di Kirchhoff danno origine alle seguenti equazioni:

$$\begin{array}{l}
 \bullet A \\
 \bullet B \\
 \square ACA \\
 \square ABCA \\
 \square ABA
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \\
 I_4 = I_2 + I_5 \\
 R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = E_1 \\
 R_4 \cdot I_4 + R_5 \cdot I_5 - R_3 \cdot I_3 = 0 \\
 -R_2 \cdot I_2 - R_4 \cdot I_4 = -E_2
 \end{array}
 \right.$$

Sostituendo i valori:

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \\
 I_4 = I_2 + I_5 \\
 8 \cdot I_1 + 12 \cdot I_3 = 80 \\
 6 \cdot I_4 + 2 \cdot I_5 - 12 \cdot I_3 = 0 \\
 14 \cdot I_2 + 6 \cdot I_4 = 10
 \end{array}
 \right.$$

Risolviendo il sistema si determinano le cinque correnti:

$$I_1 = 6,45 \text{ A}$$

$$I_2 = -0,73 \text{ A}$$

$$I_3 = 2,36 \text{ A}$$

$$I_4 = 3,36 \text{ A}$$

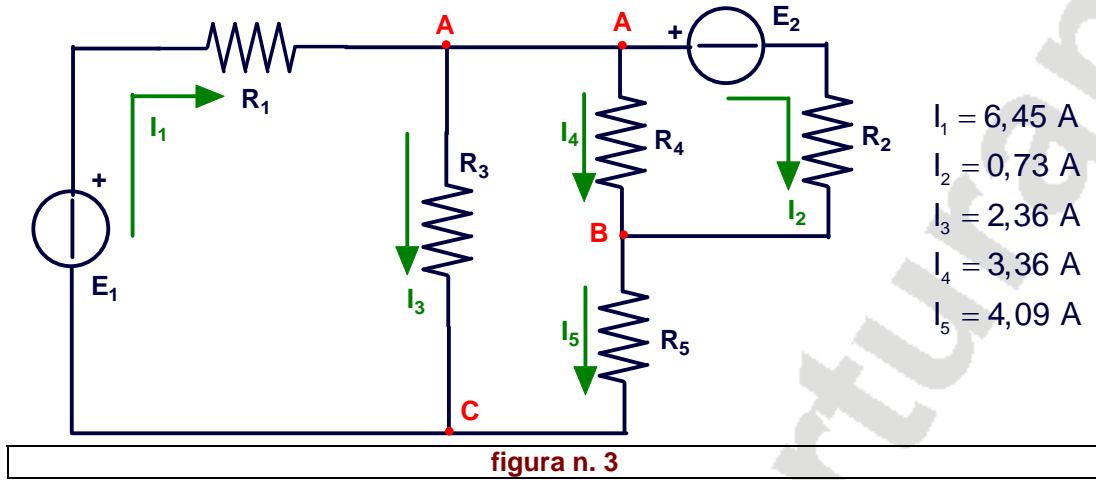
$$I_5 = 4,09 \text{ A}$$

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 2

principi di Kirchhoff

Poiché il valore della corrente I_2 risulta essere negativo, allora il verso arbitrariamente assegnato ad I_2 nella figura n. 2, deve essere invertito.

In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 3:



Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Poiché, per il generatore E_2 , il verso della f.e.m. ed il verso della corrente che l'attraversa sono discordi, allora tale generatore assorbe potenza invece che erogarla e pertanto la sua potenza deve essere considerata negativa.

$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_1 = 80 \cdot 6,45 = 516,00 \text{ W}$$

$$P_{E_2} = E_2 \cdot I_2 = 10 \cdot (-0,73) = -7,30 \text{ W}$$

$$P_{E_T} = P_{E_1} + P_{E_2} = 516,00 - 7,30 = 508,70 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 8 \cdot 6,45^2 = 332,82 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 14 \cdot 0,73^2 = 7,46 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 12 \cdot 2,36^2 = 66,84 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 6 \cdot 3,36^2 = 67,73 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 2 \cdot 4,09^2 = 33,46 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} = 332,82 + 7,46 + 66,84 + 67,73 + 33,46 = 508,31 \text{ W}$$

NB: Si noti come la somma algebrica delle potenze erogate o assorbite dai generatori è pari alla somma delle potenze dissipate su ciascuna resistenza presente nel circuito.

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 2
principi di Kirchhoff

Risoluzione del sistema col metodo di sostituzione:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \\ I_4 = I_2 + I_5 \\ 8 \cdot I_1 + 12 \cdot I_3 = 80 \\ 6 \cdot I_4 + 2 \cdot I_5 - 12 \cdot I_3 = 0 \\ 14 \cdot I_2 + 6 \cdot I_4 = 10 \end{cases}$$

Si semplifichi il sistema:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \\ I_4 = I_2 + I_5 \\ 4 \cdot I_1 + 6 \cdot I_3 = 40 \\ 3 \cdot I_4 + I_5 - 6 \cdot I_3 = 0 \\ 7 \cdot I_2 + 3 \cdot I_4 = 5 \end{cases}$$

Si sostituisca la seconda equazione in tutte le altre: $I_4 = I_2 + I_5$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 + (I_2 + I_5) \\ 4 \cdot I_1 + 6 \cdot I_3 = 40 \\ 3 \cdot (I_2 + I_5) + I_5 - 6 \cdot I_3 = 0 \\ 7 \cdot I_2 + 3 \cdot (I_2 + I_5) = 5 \end{cases}$$

Si semplifichi il sistema:

$$\begin{cases} I_1 = I_3 + I_5 \\ 4 \cdot I_1 + 6 \cdot I_3 = 40 \\ 3 \cdot I_2 + 4 \cdot I_5 - 6 \cdot I_3 = 0 \\ 10 \cdot I_2 + 3 \cdot I_5 = 5 \end{cases}$$

Si sostituisca la prima equazione in tutte le altre: $I_1 = I_3 + I_5$

$$\begin{cases} 4 \cdot (I_3 + I_5) + 6 \cdot I_3 = 40 \\ 3 \cdot I_2 + 4 \cdot I_5 - 6 \cdot I_3 = 0 \\ 10 \cdot I_2 + 3 \cdot I_5 = 5 \end{cases}$$

Si semplifichi il sistema:

$$\begin{cases} 5 \cdot I_3 + 2 \cdot I_5 = 20 \\ 3 \cdot I_2 + 4 \cdot I_5 - 6 \cdot I_3 = 0 \\ 10 \cdot I_2 + 3 \cdot I_5 = 5 \end{cases}$$

Si ricavi la corrente I_5 dalla prima equazione e si sostituisca in tutte le altre:

$$I_5 = \frac{20 - 5 \cdot I_3}{2} = 10 - 2,5 \cdot I_3$$

$$\begin{cases} 3 \cdot I_2 + 4 \cdot (10 - 2,5 \cdot I_3) - 6 \cdot I_3 = 0 \\ 10 \cdot I_2 + 3 \cdot (10 - 2,5 \cdot I_3) = 5 \end{cases}$$

Si semplifichi il sistema:

$$\begin{cases} 3 \cdot I_2 + 40 - 16 \cdot I_3 = 0 \\ 10 \cdot I_2 + 25 - 7,5 \cdot I_3 = 0 \end{cases}$$

Si ricavi la corrente I_2 dalla seconda equazione e si sostituisca nell'unica rimasta:

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 2
principi di Kirchhoff

$$I_2 = \frac{7,5 \cdot I_3 - 25}{10} = 0,75 \cdot I_3 - 2,5$$

$$3 \cdot (0,75 \cdot I_3 - 2,5) + 40 - 16 \cdot I_3 = 0$$

Si semplifichi e si ricavi la corrente I_3 :

$$3 \cdot (0,75 \cdot I_3 - 2,5) + 40 - 16 \cdot I_3 = 0 \quad 2,25 \cdot I_3 - 7,5 + 40 - 16 \cdot I_3 = 0 \quad -13,75 \cdot I_3 + 32,5 = 0$$

$$I_3 = \frac{32,5}{13,5} = 2,36$$

Sostituendo nelle equazioni utilizzate per la sostituzione che si riportano dall'ultima alla prima si ottiene:

$$I_2 = \frac{7,5 \cdot I_3 - 25}{10} = 0,75 \cdot I_3 - 2,5 = 0,75 \cdot 2,36 - 2,5 = 1,77 - 2,5 = -0,73$$

$$I_5 = \frac{20 - 5 \cdot I_3}{2} = 10 - 2,5 \cdot I_3 = 10 - 2,5 \cdot 2,36 = 4,1$$

$$I_1 = I_3 + I_5 = 2,36 + 4,1 = 6,46$$

$$I_4 = I_2 + I_5 = -0,73 + 4,1 = 3,37$$

Le correnti richieste risultano essere:

$$I_1 = 6,46 \text{ A}$$

$$I_2 = -0,73 \text{ A}$$

$$I_3 = 2,36 \text{ A}$$

$$I_4 = 3,37 \text{ A}$$

$$I_5 = 4,1 \text{ A}$$