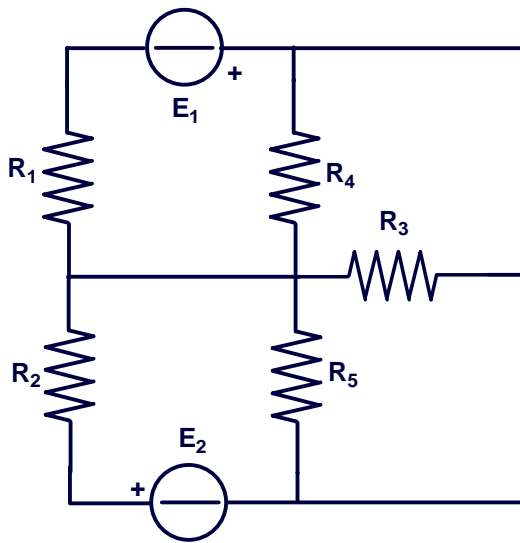


Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 1
metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando il metodo delle correnti di maglia (Maxwell), la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione E_1 ed E_2 e quella assorbita da ciascuna resistenza:



$$E_1 = 40 \text{ V}$$

$$E_2 = 10 \text{ V}$$

$$R_1 = 8 \ \Omega$$

$$R_2 = 4 \ \Omega$$

$$R_3 = 40 \ \Omega$$

$$R_4 = 10 \ \Omega$$

$$R_5 = 8 \ \Omega$$

Verrà utilizzato il metodo delle correnti fittizie di maglia o metodo di Maxwell.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 2.

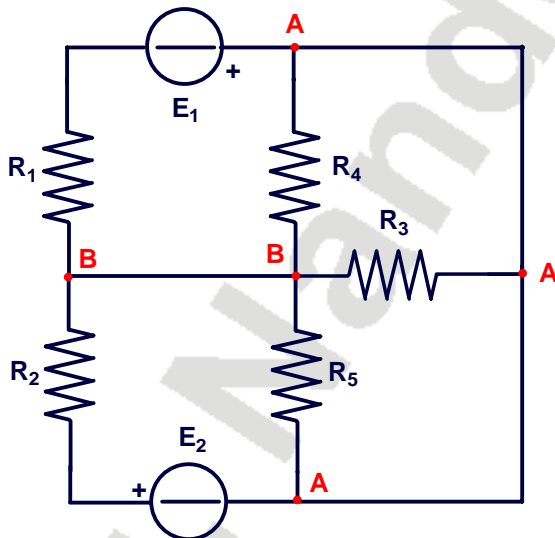


figura n. 1

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Le resistenze R_3 , R_4 , R_5 risultano essere in parallelo perché ciascuna di esse è compresa fra gli stessi nodi A e B.

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 1
 metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell

Calcolo della resistenza equivalente;

$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{10} + \frac{1}{8}} = 4 \Omega$$

Disegno del circuito:

Si disegna un nuovo circuito in cui vengono sostituite le tre resistenze R_3, R_4, R_5 con la sola resistenza R_{AB} .

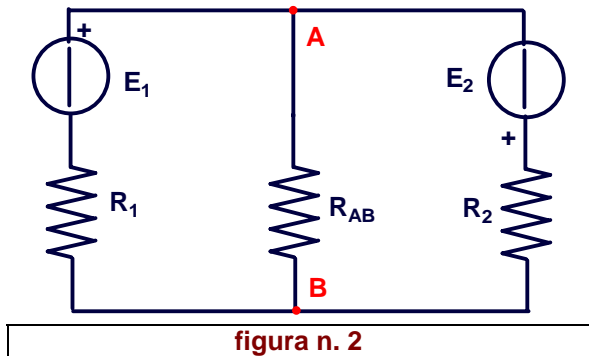


figura n. 2

Tale circuito non può essere ulteriormente semplificato

Si stabiliscano i nodi, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano $n = 2$ nodi, $r = 3$ rami e $[r - (n - 1)] = [3 - (2 - 1)] = 2$ maglie indipendenti.

Si disegnano, come in figura 3, in modo arbitrario, le correnti di ramo che risulteranno essere 3, perchè tanti sono i rami, e le correnti fittizie di maglia che risulteranno essere 2, perchè tante sono le maglie indipendenti.

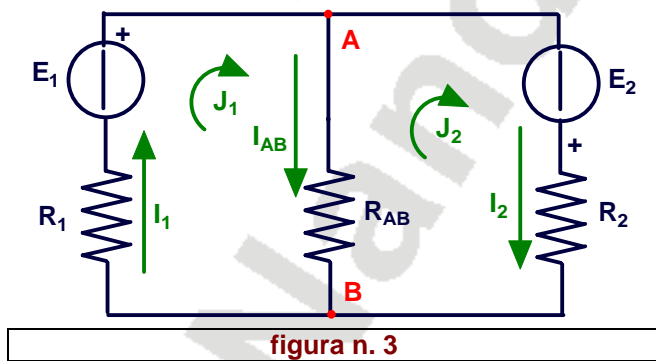


figura n. 3

Le relazioni esistenti tra le correnti di ramo e quelle fittizie di maglia, fissate come in figura, saranno:

$$I_1 = J_1$$

$$I_{AB} = J_1 - J_2$$

$$I_2 = J_2$$

Si applichi adesso il secondo principio di Kirchhoff alle due maglie indipendenti individuate, utilizzando le correnti fittizie J_1 e J_2 .

(Il verso di ciascuna delle correnti fittizie di maglia sia considerato anche come verso positivo di percorrenza della maglia quando si applica il secondo principio di Kirchhoff)

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 1
metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell

$$\begin{cases} R_1 \cdot J_1 + R_{AB} \cdot (J_1 - J_2) = E_1 \\ R_{AB} \cdot (J_2 - J_1) + R_2 \cdot J_2 = E_2 \end{cases}$$

Semplificando:

$$\begin{cases} (R_1 + R_{AB}) \cdot J_1 - R_{AB} \cdot J_2 = E_1 \\ -R_{AB} \cdot J_1 + (R_2 + R_{AB}) \cdot J_2 = E_2 \end{cases}$$

Sostituendo i valori:

$$\begin{cases} (8 + 4) \cdot J_1 - 4 \cdot J_2 = 40 \\ -4 \cdot J_1 + (4 + 4) \cdot J_2 = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} 12 \cdot J_1 - 4 \cdot J_2 = 40 \\ -4 \cdot J_1 + 8 \cdot J_2 = 10 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si sono determinate le correnti fittizie di maglia che risultano essere:

$$\begin{cases} J_1 = 4,50 \\ J_2 = 3,50 \end{cases}$$

e successivamente le correnti effettive di ramo I_1 , I_{AB} ed I_2 :

$$I_1 = J_1 = 4,50 \text{ A}$$

$$I_{AB} = J_1 - J_2 = 4,50 - 3,50 = 1,00 \text{ A}$$

$$I_2 = J_2 = 3,50 \text{ A}$$

Calcolo delle correnti I_3 , I_4 ed I_5 :

Per determinare tali correnti, circolanti rispettivamente nelle resistenze R_3 , R_4 ed R_5 , in parallelo tra loro perché fra i nodi A e B, occorre determinare la d.d.p. V_{AB} .

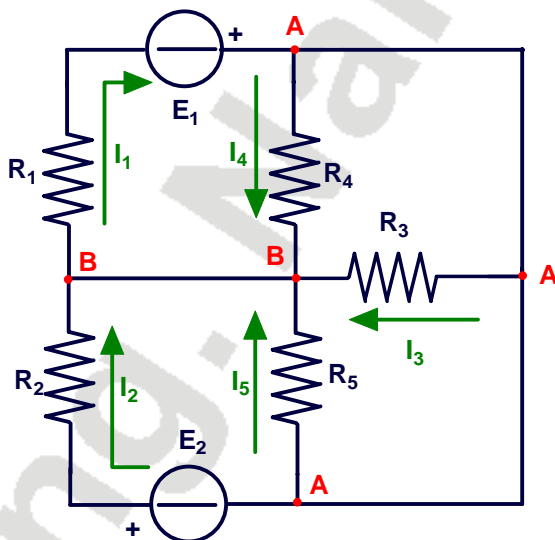
$$V_{AB} = R_{AB} \cdot I_{AB} = 4 \cdot 1,00 = 4,00 \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{4,00}{40} = 0,10 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{V_{AB}}{R_4} = \frac{4,00}{10} = 0,40 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{V_{AB}}{R_5} = \frac{4,00}{8} = 0,50 \text{ A}$$

In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 4:



$$I_1 = 4,50 \text{ A}$$

$$I_2 = 3,50 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,10 \text{ A}$$

$$I_4 = 0,40 \text{ A}$$

$$I_5 = 0,50 \text{ A}$$

figura n. 4

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 1
metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Poiché in entrambi i generatori il verso della corrente ed il verso positivo della d.d.p. concordano, allora entrambi erogano potenza.

$$P_{E1} = E_1 \cdot I_1 = 40 \cdot 4,50 = 180,00 \text{ W}$$

$$P_{E2} = E_2 \cdot I_2 = 10 \cdot 3,50 = 35,00 \text{ W}$$

$$P_{E_T} = P_{E1} + P_{E2} = 180,00 + 35,00 = 215,00 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_1^2 = 8 \cdot 4,50^2 = 162,00 \text{ W}$$

$$P_{R2} = R_2 \cdot I_2^2 = 4 \cdot 3,50^2 = 49,00 \text{ W}$$

$$P_{R3} = R_3 \cdot I_3^2 = 40 \cdot 0,10^2 = 0,40 \text{ W}$$

$$P_{R4} = R_4 \cdot I_4^2 = 10 \cdot 0,40^2 = 1,60 \text{ W}$$

$$P_{R5} = R_5 \cdot I_5^2 = 8 \cdot 0,50^2 = 2,00 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} = 162,00 + 49,00 + 0,40 + 1,60 + 2,00 = 215,00 \text{ W}$$

NB: Si noti come la somma algebrica delle potenze erogate o assorbite dai generatori è pari alla somma delle potenze dissipate su ciascuna resistenza presente nel circuito.