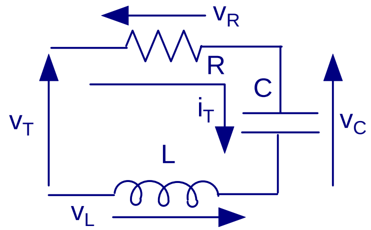
Corrente alternata – Esercizio n. 6
Semplici esercizi propedeutici allo svolgimento di quelli più complessi

Nel circuito tipo serie rappresentato in figura circola la corrente:

$i = 3\cos(5000 \cdot t - 60°)$

Calcolare la caduta di tensione su ciascun elemento e la corrente complessiva sapendo che:

R = 2 Ω L = 1,6 mH C = 20 mF



R.: 6· sen (5000·t + 30°) ; 24· sen (5000·t + 120°) ; 30· sen (5000·t – 60°) ; 8,5· sen (5000·t – 15°) ;

Si scriva la corrente totale in funzione sinusoidale e quindi in forma vettoriale:

$$i_T = 3 \cdot \cos\left(5000 \cdot t - 60^\circ\right) = 3 \cdot \text{sen}\left[\left(5000 \cdot t - 60^\circ\right) + 90^\circ\right] = 3 \cdot \cos\left(5000 \cdot t + 30^\circ\right) \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_T = 3\angle 30^\circ$$

Si calcolino ora le impedenze dei singoli elementi e le cadute di tensioni su ciascun elemento:

$$\dot{Z}_R = \left|\dot{Z}_R\right| \angle\alpha_R = 2\angle 0^\circ$$

$$\dot{Z}_L = \left|\dot{Z}_L\right| \angle\alpha_L = \left|X_L\right| \angle\alpha_L = \left|\omega \cdot L\right| \angle\alpha_L = \left|5 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3}\right| \angle\alpha_L = 8\angle 90^\circ$$

$$\dot{Z}_C = \left|\dot{Z}_C\right| \angle\alpha_C = \left|X_C\right| \angle\alpha_C = \left|\frac{1}{\omega \cdot C}\right| \angle\alpha_C = \left|\frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}\right| \angle\alpha_C = 10\angle -90^\circ$$

Le tre cadute di tensione richieste saranno:

$$\bar{V}_R = \dot{Z}_R \cdot \bar{I}_T = 2\angle 0^\circ \cdot 3\angle 30^\circ = 6\angle 30^\circ \quad \Rightarrow \quad v_R = 6 \cdot \text{sen}\left(5000 \cdot t + 30^\circ\right)$$

$$\bar{V}_L = \dot{Z}_L \cdot \bar{I}_T = 8\angle 90^\circ \cdot 3\angle 30^\circ = 24\angle 120^\circ \quad \Rightarrow \quad v_L = 24 \cdot \text{sen}\left(5000 \cdot t + 120^\circ\right)$$

$$\bar{V}_C = \dot{Z}_C \cdot \bar{I}_T = 10\angle -90^\circ \cdot 3\angle 30^\circ = 30\angle -60^\circ \quad \Rightarrow \quad v_C = 30 \cdot \text{sen}\left(5000 \cdot t - 60^\circ\right)$$

Si calcolino ora le tre cadute di tensione in forma complessa:

$$\bar{V}_R = 6 \cdot \cos\ 30^\circ + j \cdot 6 \cdot \text{sen}\ 30^\circ = 6 \cdot 0{,}86 + j \cdot 6 \cdot 0{,}5 = 5{,}20 + j \cdot 3$$

$$\bar{V}_L = 24 \cdot \cos\ 120^\circ + j \cdot 24 \cdot \text{sen}\ 120^\circ = 24 \cdot (-0{,}5) + j \cdot 24 \cdot 0{,}86 = -12 + j \cdot 20{,}78$$

$$\bar{V}_C = 30 \cdot \cos\left(-60^\circ\right) + j \cdot 30 \cdot \text{sen}\left(-60^\circ\right) = 30 \cdot 0{,}5 + j \cdot 30 \cdot (-0{,}86) = 15 - j \cdot 25{,}8$$

E quindi la tensione totale utilizzando il metodo simbolico:

$$\bar{V}_T = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C = 5{,}20 + j \cdot 3 - 12 + j \cdot 20{,}78 + 15 - j \cdot 25{,}8 = 8{,}20 - j \cdot 2{,}2$$

Infine la tensione totale in forma vettoriale e trigonometrica:

$$\left|\bar{V}_T\right| = \sqrt{8{,}2^2 + 2{,}2^2} = \sqrt{67{,}24 + 4{,}84} = \sqrt{72{,}08} = 8{,}5$$

$$\alpha_T = \text{arctg}\ \frac{-2{,}2}{8{,}2} = \text{arctg}\ (-0{,}26) = -15^\circ$$

$$\bar{V}_T = \left|\bar{V}_T\right| \angle \alpha_T = 8{,}5 \angle -15^\circ$$

$$v_T = 8{,}5 \cdot \text{sen}\left(5000 \cdot t - 15^\circ\right)$$