ESERCIZI SULLE SERIE DI FUNZIONI

(1) Studiare la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{x^2+nx^5}}{n}.$$

(2) Studiare la convergenza puntuale, totale ed uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx+\arctan x}{n^3+2}.$$

(3) Studiare la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan x^{2n}}{n+1}.$$

(4) Al variare del parametro $\alpha > 0$ si studino la convergenza puntuale, uniforme, assoluta e totale della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{(\cos x)^{2n}}{n^{\alpha}}.$$

(5) Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \cos \frac{x}{n},$$

si dimostri che $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} f_n'$ converge totalmente in ogni intervallo $[a,b]$, mentre $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} f_n$ non converge in alcun punto.

(6) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|x|+\sqrt{n}}{x^2+n^2}.$$

(7) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} n^3 \log\left(1+\frac{e^x}{2^n}\right).$$

(8) Al variare del parametro $\alpha > 0$ si studino la convergenza puntuale, uniforme, assoluta e totale della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x}{n^\alpha(1+nx^2)}.$$

(9) Si studino la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \log\left(1 + \frac{x^2 + \sqrt[3]{n}}{n}\right).$$

(10) Si studino la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n} e^{-\frac{x^2}{n}}.$$