SERIE DI POTENZE

(1) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(\sqrt{x}-1)^{2n}}{n(2\sqrt{x}+1)^{2n}}.$$

(2) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos x}{n5^n}[4(\sin x+\cos^2 x)]^n.$$

(3) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(x^2+5x+6)^n$$

e se ne calcoli la somma.

(4) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}e^{n(x^2+x+\alpha)}$$

al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$.

(5) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4(\log^2_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}} x))^n}{n+\sqrt{n}}.$$

(6) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2(\log x+2)^{n-1}$$

e se ne calcoli la somma.

(7) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{x-3}{x}\right)^n$$

e se ne calcoli la somma.

(8) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\arctan x - \frac{\pi}{4}\right)^n}{n - \sin\frac{1}{n}} \left(\frac{2}{\pi}\right)^n.$$

(9) Si stimi, utilizzando il metodo di integrazione per serie, a meno di un errore di 10^{-3}

$$\int_0^1 e^{-x^2}\, dx.$$

(10) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{2^{n+3}}(x+2)^n$$

e se ne calcoli la somma.

(11) Si scriva lo sviluppo in serie di Taylor della funzione

$$f(x) = \log\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

(12) Si studino la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty}(1+(-1)^n 2^{n+1})x^n$$

e se ne calcoli la somma.