(1) Si dica se $f(x,y) = x^3 - 3xy^5 - 2y = 0$ definisce implicitamente una funzione in un intorno di (2, 1); si calcoli inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di tale funzione in (2, 1).

(2) Sia $f(x,y) = x^3 + y^3 + x^2y - 3y^2$.

Determinare i punti di massimo e minimo delle funzioni $y(x)$ definite implicitamente da $f(x,y) = 0$.

(3) Sia $f(x,y,z) = x^5 + y^2z$.

Si dica se l'equazione $f(x,y,z) = 0$ definisce implicitamente una funzione $z(x,y)$ in un intorno di (0, 2, 0) e si calcoli il piano tangente alla sua superficie grafico in (0, 2, 0).

(4) Sia $f(x,y,z) = x^3 + ye^{2z} + \sin(xyz)$.

Si dica se l'equazione $f(x,y,z) = 0$ definisce implicitamente una funzione $z(x,y)$ in un intorno di (0, 1, 0) e si calcoli il piano tangente alla sua superficie grafico in (0, 1, 0).

(5) Si provi che il sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + zve^x - 2 = 0 \\ xe^z + ye^v - z + v = 0 \end{cases}$$

definisce implicitamente un campo vettoriale $(z(x,y), v(x,y))$ in un intorno di (0, 0, 1, 1) e si calcoli la matrice Jacobiana di tale campo in (0, 0).

(6) Si determinimo massimo e minimo assoluto di $f(x,y) = \dfrac{1}{3 - xy}$ in $D := \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ \mid \ x^2 + y^2 \leq 2\}$.

(7) Si determinimo massimo e minimo assoluto di $f(x,y,z) = x - 2y + 2z$ in $D := \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ \mid \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$.