

(1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

se ne studino la continuità e la differenziabilità.

(2) Si studi la differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \frac{x|y^2 - 1|}{x^2 + y^2 + 1}.$$

(3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

se ne studino la continuità e la differenziabilità.

(4) Si provi che non esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x \sin^3 y}{1 - \cos(x^2 + y^2)}.$$

(5) Si studi la differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = |x + y|(3x^2 + 2xy + y^2).$$

(6) Si calcoli

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}.$$

(7) Si studino la positività e la differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = e^{-|x|}(3xy^2 + y^3).$$

(8) Si calcoli il piano tangente all'iperboloide di rotazione

$$z = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$$

nel punto (1,0).

(9) Si determini il dominio della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 4}{x^2 + 2y^2 - 4}}.$$

(10) Si determini il dominio e la positività della funzione

$$f(x, y) = \arcsin \frac{x^2 - 1}{y}.$$