Si studino la continuitá e la derivabilitá delle seguenti funzioni, classificando gli eventuali punti di discontinuitá e di non derivabilitá:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+3 & \text{se } -1 \le x < 0 \\ 3e^x & \text{se } 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \log(x^2+2) & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ \sin(2x) & \text{se } -1 \le x < 0. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \tan(x-1) & \text{se } 1 \le x \le 3 \\ \cos(x-1) & \text{se } -2 \le x < 1. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2+x & \text{se } 2 \le x \le 3 \\ 5e^{x-2}+1 & \text{se } 1 \le x < 2. \end{cases}$$

Calcolare, usando il teorema de l'Hospital, i seguenti limiti:

1. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{1}{2}x^2}{\sin x - x\cos x}$ [1/2].
2. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$ [1].
3. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \tan x}{x^3}$ [−1/3].
4. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^3 + 3e^x}{x^2 + 7x}$ [+∞].
5. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x^2 - x} - x$ [−1/2].
6. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} (x^2 + x)e^{-x}$ [0].
7. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x+1)^4 - 1}{x}$ [4].
8. $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{\log(e^{x-2} - 1)}{\log(x-2)}$ [1].

Si studino le seguenti funzioni e se ne disegni approssimativamente il grafico

1. $f(x) = \dfrac{1 - \log x}{\log x}$;

2. $f(x) = e^{-\frac{x^2}{x^2-3x+2}}$;

3. $f(x) = (x^2 - x)e^{\frac{x}{2}}$;

4. $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2-4}$;

5. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3-1}$;

6. $f(x) = \log^2 x - 2\log x$;

7. $f(x) = \arctan \dfrac{1-3x}{2-x}$;

8. $f(x) = x^3(x-1)^2$;

9. $f(x) = \log_{1/2} \dfrac{x}{x+2}$

10. $f(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$.