

Esame di Analisi Matematica III
Corso di Laurea in Matematica
9 Febbraio 2012

(1) (Solo per gli studenti che portano il programma degli A. A. 2009-2010 e 2010-2011.) Si dica se il seguente integrale improprio risulta convergente

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+x^2)}{\sin^4 x + \sqrt{x^3}(e^x - 1)} dx.$$

(2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt[5]{x}} & \text{se } x \neq 0; \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases}$$

se ne studi la sviluppabilità in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$.

Si dia, inoltre, una stima dell'integrale

$$\int_0^1 f(x) dx$$

con un errore inferiore a $1/100$.

(3) Si determinino i punti di massimo e minimo relativo della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 + 2x - z.$$

Si determinino, inoltre, se esistono, il massimo e il minimo assoluto di f in

$$D := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$